



Оріон

■ Т. М. Засекіна, Д. О. Засекін

ФІЗИКА

Рівень стандарту

10

УДК 53*кл10(075.3)
З-36

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ МОН України від 31.05.2018 № 551)

ВИДАНО ЗА РАХУНОК ДЕРЖАВНИХ КОШТІВ. ПРОДАЖ ЗАБОРОНЕНО

Навчальне видання

ЗАСЕкіНА Тетяна Миколаївна
ЗАСЕкіН Дмитро Олександрович

ФІЗИКА

(рівень стандарту, за навчальною
програмою авторського колективу
під керівництвом Ляшенка О. І.)

Підручник для 10 класу закладів загальної
середньої освіти

Редактор *О. С. Ісак*
Головний художник *І. П. Медведовська*
Технічний редактор *Е. А. Авраменко*
Коректор *С. В. Войтенко*

При оформленні підручника використано малюнки та фотоілюстрації авторів: *Alex Hansen, Alicia Griffin, Ben Ostrowsky, Bill Smith, Bluefin Trading, Bruce Guenter, Cathy Scola, Christopher Chan, Denis Phominov, Earl Oliver, George Kelly, George Tsimitsimis, Gilles P eris y Saborit, Giuseppe Donatiello, Iosif Szasz-Fabian, Jordan Salkin, Jorge Dur an, Katherine Long, Kevin Baird, Kevin Spencer, Liang Cui, Lorenzoclick, Marcus Peaston, Mark Owens, Markus Gan, Matthew Cole, Matthew Rutledge, MuseScore, Nolwenn Gu eny, Norman Graf, Pam Broviak, Paul Anderson, Pavel Vanka, Ratz Attila, Robert Couse-Baker, Roman Sigaeov, Sergey Ivashutin, Анна Кабиш, Вадим Садовський, Вікторія Павленко, Інститут монокристалів, Інститут цинтиляційних матеріалів, Наталія Андрійченко, Олег Цимбал, а також матеріали сайту freepik.com.*

Засекіна Т. М.

З-36 Фізика (рівень стандарту): підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / Т. М. Засекіна, Д. О. Засекін. — К. : УОВЦ «Оріон», 2018. — 208 с. : іл.

ISBN 978-617-7485-66-6.

Формат 70x100^{1/16},
Ум. друк. арк. 16,848 + 0,324 форзац.
Обл.-вид. арк. 16,00 + 0,30 форзац.
Зам. №
Наклад 34 600 пр.

**ТОВ «Український освітянський
видавничий центр «Оріон»»**

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції
Серія ДК № 4918 від 17.06.2015 р.
Адреса видавництва:
03061, м. Київ, вул. Миколи Шепелева, 2
www.orioncentr.com.ua

Віддруковано

ТОВ «МОНОЛІТ-ДРУК»
вул. Новокосянтинівська, 2А, м. Київ, 04080
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 6043 від 27.02.2018 р.

ISBN 978-617-7485-66-6

УДК 53*кл10(075.3)

© Т. М. Засекіна, Д. О. Засекін, 2018
© УОВЦ «Оріон», 2018

Передмова

Шановні старшокласники і старшокласниці! Ви розпочинаєте вивчення систематичних курсів фізики й астрономії. Нині будь-яка галузь господарства (інформаційні технології, промисловість, медицина, сільське господарство й навіть гуманітарна сфера життя суспільства) використовує сучасні технологічні установки, автоматизовані пристрої, які нібито зроблять за вас усю роботу, і вам не потрібно знати, як вони працюють. Але якщо ви хочете досягти успіху, то будете шукати способи вдосконалення того чи іншого процесу, вносити зміни, порівнювати й аналізувати різні підходи, вирішувати проблеми, працювати в команді, і тоді в пригоді вам стануть знання, здобуті в старшій школі на уроках фізики й астрономії: ваше вміння глобально мислити, бачити проблему цілісно, пов'язувати й систематизувати факти й події. Застосовуючи базові знання, здобуті в основній школі, ви навчитеся застосовувати математичний апарат для опису природних явищ і процесів, будувати моделі для опису складних процесів і, навпаки, — застосовувати ідеалістичні й теоретичні закономірності до реальних об'єктів.

Ще однією особливістю курсу, який ви починаєте вивчати, є те, що він об'єднує в собі дві найдавніші фундаментальні науки: фізику й астрономію. Фізика — це теоретична основа сучасної техніки й виробничих технологій, астрономія дає змогу отримати уявлення про будову Всесвіту в цілому. Разом вони вивчають загальні закономірності перебігу природних явищ, закладають основи світорозуміння на різних рівнях пізнання природи й дають загальне обґрунтування природничо-наукової картини світу. Взаємозв'язок астрономії й фізики є особливим — астрономія містить у собі весь діапазон понять сучасної фізики й значною мірою спирається на її закони. Тому, вивчаючи ті чи інші фізичні закони, ми будемо звертатися до прикладів їх прояву у Всесвіті. Астрономічним питанням будуть присвячені окремі параграфи й розділи, які можна вивчати як окремі модулі.

А щоб вивчення цих наук стало для вас захопливим і зрозумілим, ми намагалися в тексті підручника наводити не лише наукові факти, теорії й пояснення, а й спонукати вас проблемними запитаннями до пошуку відповіді, описом природного явища чи технологічного процесу — до аналізу й пояснення. У тексті параграфів вам буде траплятися рубрика «**Зверніть увагу**», де зазначено умови, які слід враховувати задля вирішення конкретної ситуації, яку не завжди можна розв'язати загальноприйнятими методами.

Зважаючи на те, що нам часто потрібно буде пригадувати раніше вивчений матеріал як з фізики, так і з інших предметів, то в підручнику такий матеріал подано у вигляді **ментальних карт** або рубрик «**Математична довідка**». Невеликі рубрики «**Цікаво знати**» спонукатимуть вас до самостійного пошуку інформації, що розширить ваш світогляд і допоможе зрозуміти наш складний і таємничий світ.

Підручник містить достатню кількість завдань, приклади їх розв'язування й відповіді. Проте у пригоді вам стануть і збірники задач, які ви будете використовувати на уроках-практикумах з розв'язування задач. Цьому виду діяльності ви маєте приділити особливу увагу! Знання стають вашим здобутком, якщо ви їх можете використати у практичній діяльності: розв'язуючи задачі, виконуючи досліди й навчальні проекти! Проектна робота може бути теоретичною або експериментальною, індивідуальною й груповою. Тривалість проекту різна: від уроку (міні-проект), кількох днів (короткотерміновий проект) до року (довготерміновий). Результати досліджень ви можете оформити у вигляді мультимедійної презентації, доповіді (у разі необхідності — з демонстрацією дослідів), моделі, колекції, буклету, газети, статистичного звіту, тематичного масового заходу, дебатів тощо. Уміщені в підручнику проблемні запитання й теми навчальних проектів є орієнтовними. Також ви можете самостійно (або з допомогою вчителя чи вчительки) сформулювати тему й планувати виконання навчального проекту.

Сподіваємося, що вивчення фізики й астрономії за цим підручником буде для вас цікавим і нескладним.

Авторський колектив

ЗМІСТ

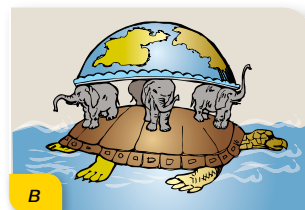
<i>Передмова</i>	3
<i>Вступ</i>	6
Розділ 1. МЕХАНІКА	9
§ 1. Основна задача механіки та способи опису руху тіла	12
Вправа 1	17
§ 2. Прямолінійний рівномірний рух	18
Вправа 2	20
§ 3. Відносність механічного руху	21
Вправа 3	26
§ 4. Нерівномірний рух	27
Вправа 4	28
§ 5. Прямолінійний рівноприскорений рух	29
Вправа 5	33
§ 6. Криволінійний рух. Рівномірний рух по колу	35
Вправа 6	41
Перевірте себе (§ 1–6)	42
§ 7. Закони Ньютона	46
Вправа 7	49
§ 8. Закон всесвітнього тяжіння	50
Вправа 8	53
§ 9. Рух у полі земного тяжіння	54
Вправа 9	58
§ 10. Рух під дією кількох сил	59
Вправа 10	70
§ 11. Момент сили. Рівновага тіла	72
Вправа 11	77
Перевірте себе (§ 7–11)	79
§ 12. Імпульс. Закон збереження імпульсу	82
Вправа 12	85
§ 13. Механічна робота. Потужність	86
Вправа 13	89
§ 14. Потенціальна енергія	89
Вправа 14	94
§ 15. Кінетична енергія. Закон збереження енергії	94
Вправа 15	98
§ 16. Постулати спеціальної теорії відносності	98
§ 17. Просторові та часові властивості фізичного світу	102
Вправа 16	108
Перевірте себе (§ 12–17)	109
ФІЗИЧНИЙ ПРАКТИКУМ	110
Визначення прискорення тіла в рівноприскореному русі	110
Дослідження руху тіла по колу	110
Дослідження руху тіла, кинутого горизонтально	111
Вимірювання коефіцієнта пружності	112
Вимірювання коефіцієнта тертя	113
Дослідження рівноваги тіл під дією кількох сил	113
Визначення центра тяжіння плоских фігур	114
Дослідження пружного удару двох тіл	114

Розділ 2. МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ БУДОВИ РЕЧОВИНИ.	
ТЕРМОДИНАМІКА	115
§ 18. Основні положення молекулярно-кінетичної теорії будови речовини.	118
Вправа 17	124
§ 19. Ідеальний газ у молекулярно-кінетичній теорії	125
Вправа 18	131
§ 20. Термодинамічний і молекулярно-кінетичний зміст температури.	131
Вправа 19	137
§ 21. Рівняння стану ідеального газу. Об'єднаний газовий закон	138
Вправа 20	140
§ 22. Ізопроеци	141
Вправа 21	145
Перевірте себе (§ 18–22)	146
§ 23. Внутрішня енергія та робота ідеального газу	148
Вправа 22	154
§ 24. Перший закон термодинаміки	155
Вправа 23	158
§ 25. Напрямок теплових процесів. Другий закон термодинаміки. Ентропія	159
§ 26. Принцип дії теплових двигунів. Цикл Карно.	163
Вправа 24	167
Перевірте себе (§ 23–26)	168
§ 27. Пароутворення та конденсація	169
Вправа 25	173
§ 28. Властивості насиченої й ненасиченої пари	173
§ 29. Вологість повітря	176
Вправа 26	180
§ 30. Рідини. Властивості поверхні рідин.	180
Вправа 27	183
§ 31. Змочування. Капілярні явища	184
Вправа 28	187
§ 32. Кристали й аморфні тверді тіла	188
§ 33. Механічні й теплові властивості твердих тіл	194
Вправа 29	199
§ 34. Діаграма стану речовини	199
Вправа 30	202
Перевірте себе (§ 27–34)	203
ФІЗИЧНИЙ ПРАКТИКУМ	204
Дослідження ізопроеци	204
Визначення питомої теплоємності тіла	204
Вимірювання поверхневого натягу рідини	205
Визначення модуля пружності гуми	205
Відповіді до вправ	206
Предметний покажчик	208

ВСТУП

Фізика й астрономія — найдавніші науки про природу. Пам'ятки людської культури, знайдені в різних куточках земної кулі, є свідченнями давнього інтересу людини до природних явищ. Спостерігати за природними явищами змушували людину життєві потреби, а також відома кожному з нас допитливість. Особливо людей притягало зоряне небо, яке й до сьогодні залишається таємничим.

Перші уявлення про світобудову були дуже наївними, вони тісно перепліталися з релігійними віруваннями, в основу яких було покладено поділ світу на дві частини — земну й небесну. Якщо зараз кожна дитина знає, що Земля — це небесне тіло, то раніше «земне» протиставлялося «небесному». Думали, що існує «твердінь небесна», до якої прикріплені зорі, а Землю приймали за нерухомий центр світобудови.



Уявлення про світобудову: а — у єгиптян; б — у Стародавньому Вавилоні; в — в Індії

Але, врешті-решт, завдяки людській діяльності накопичилося стільки знань, що це привело до зародження перших наук. Першими фізиками були грецькі мислителі, які спробували пояснити спостережувані явища природи. Найвидатнішим із стародавніх мислителів був Аристотель (384–322 рр. до н.е.), який і запровадив слово «*фюзіс*», що в перекладі з грецької означає *природа*. Ще в античні часи почали розвиватися методи наукового пізнання природи (спостереження, припущення (гіпотеза), моделювання, мисленнєвий експеримент тощо). Із праць учених-філософів античного періоду почали свій розвиток усі природничо-математичні науки — фізика, астрономія, хімія, географія, біологія, математика.

Розвиток математики, географії, фізики, хімії, а також інших наук, якщо не прямо, то опосередковано був пов'язаний з успіхами й запитамі астрономії в дослідженні небесних тіл.

Астрономія (від грец. «*астрон*» — зоря й «*номос*» — закон) — наука про небесні тіла, про закони їхнього руху, будови та розвитку, а також про будову й розвиток Всесвіту в цілому.

У II ст. н. е. александрійський астроном Птолемей запропонував геоцентричну («*geo*» — Земля) «систему світу». Навколо Землі, за Птолемеєм, рухаються (у порядку віддаленості від Землі) Місяць, Меркурій, Венера, Сонце, Марс, Юпітер, Сатурн, зорі. Але вже і в той час видимі спостереження за рухом Місяця, Сонця, планет вказували на те, що цей рух набагато складніший. Тому кожна з планет, на думку Птолемея, рухається не просто навколо Землі, а навколо деякої точки, котра, у свою чергу, рухається по колу, навколо Землі. Система світобудови Птолемея існувала (під заступ-

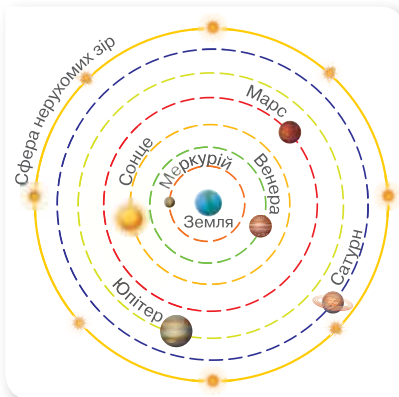
ництвом церкви) чотирнадцять століть. Першими, хто пропонував нові погляди на світобудову, були великі італійські вчені Микола Кузанський і Леонардо да Вінчі, які стверджували, що Земля рухається, що вона не є центром Всесвіту й не посідає в ньому надзвичайного місця.

Сміливим ученим, який «зрушив Землю, зупинивши Сонце», був поляк Миколай Коперник (1473–1543). Геліоцентрична («геліо» — Сонце) «система світу» Коперника не визнавалася церквою. За вироком інквізиції в 1600 р. був спалений у Римі видатний італійський філософ, послідовник Коперника Джордано Бруно (1548–1600), котрий, розвиваючи вчення Коперника, стверджував, що у Всесвіту немає і не може бути центра, що Сонце — це тільки центр Сонячної системи. Він також висловлював геніальний здогад про те, що зорі — такі ж «сонця», як наше, причому навколо них рухаються планети, на багатьох з яких існує життя.

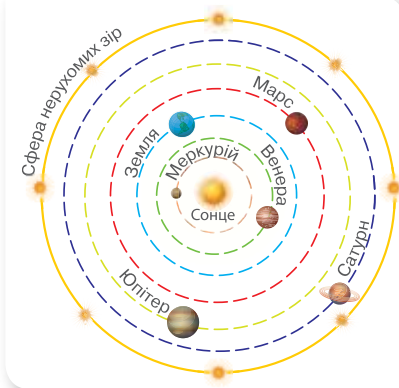
Початкові відомості про фундаментальні фізичні теорії як основу сучасних фізики й астрономії. Із середини XVI ст. настає якісно новий етап розвитку фізики — у фізиці починають застосовувати експерименти й досліди. Потужним поштовхом до формування фізики й астрономії як наук стали наукові праці Ісаака Ньютона. У своїй праці «Математичні начала натуральної філософії» (1687 р.) він розробляє математичний апарат для пояснення й опису механічних явищ. На сформульованих ним законах було побудовано так звану *класичну (ньютонівську) механіку*. А знаменитий закон всесвітнього тяжіння заклав основи небесної механіки. Геніальність Ньютона полягає в тому, що він довів універсальність сили тяжіння, або гравітації, тобто та сама сила, яка діє на яблуко під час його падіння на Землю, притягує також Місяць, що обертається навколо Землі. Сила тяжіння керує рухом зір і галактик, а також впливає на еволюцію цілого Всесвіту.

Принцип інерції, відкритий Галілео Галілеєм, закон всесвітнього тяжіння Ісаака Ньютона й загальна теорія відносності Альберта Ейнштейна — усі ці відкриття були підтверджені на підставі астрономічних даних.

Швидкий прогрес у вивченні природи, відкриття нових явищ і законів природи сприяли розвитку суспільства. Починаючи з кінця XVIII ст., розвиток фізики спричиняє бурхливий розвиток техніки. У цей час з'являються і вдосконалюються парові машини. У зв'язку з широким їх використанням у виробництві та на транспорті цей період часу називають «віком пари». Одночасно поглиблено вивчаються теплові процеси, у фізиці виокремлюється



Геоцентрична «система світу»



Геліоцентрична «система світу»

новий розділ — термодинаміка. Безліч нових відкриттів відбуваються і в галузі електрики та магнетизму, які сприяли розробці так званої *класичної електродинаміки*, що пояснювала властивості електромагнітних полів, електромагнітну природу світла. У кінці XIX і на початку XX ст. з'являються і вдосконалюються електричні машини. Завдяки широкому використанню електричної енергії цей час називають «віком електрики». У фізиці виокремлюються нові розділи — електродинаміка, електротехніка, радіотехніка та ін.

На початку XX ст. фізики отримали численні експериментальні результати, які не можна було узгодити з положеннями класичної механіки та електродинаміки. У фізиці починається новий етап розвитку — створення *квантової та релятивістської теорій*. Люди навчилися добувати й широко застосовувати ядерну енергію, освоювати космічний простір, конструювати нові автоматизовані пристрої та механізми. XX ст. називають «атомним віком», «віком космічної ери». У фізиці інтенсивно проводяться дослідження атомного ядра, плазми, керованих термоядерних реакцій, напівпровідників тощо. Інтенсивно розвивається астрономія завдяки застосуванню фізичних досліджень.

Початок XXI ст. супроводжується величезним проривом у галузі інформаційних технологій, супутникового зв'язку, нанотехнологій. Але підґрунтям будь-якої галузі техніки й технологій є закони фізики. Астрономія тісно пов'язана з іншими фундаментальними та природничими науками. В астрономічних дослідженнях застосовують усі фундаментальні закони фізики, широко використовують методи фізики, математики, хімії та інших суміжних наук. Особливістю астрономії в порівнянні з іншими природничими науками є те, що вона — переважно спостережна наука. Її ще можна назвати і споживачем фізичних надбань і комп'ютерних технологій. Водночас астрономія — прогресивна наука, що збагачує фізику й хімію результатами досліджень речовини за таких фізичних умов (температура, тиск, магнітне поле тощо), які неможливо відтворити в земних лабораторіях.

Світоглядний потенціал природничих наук. Фізика й астрономія — це не просто результат кропіткої й допитливої праці вчених, а й велике надбання людської цивілізації, важлива складова культури людства. Насамперед фізика дає систематизовану інформацію про навколишній світ разом з умінням здобувати таку інформацію. Тому її методи й теорії широко використовують інші природничі науки, і чи не найбільше — астрономія.



Виконємо навчальні проекти

- ▶ Що ви знаєте про визначні природничі дослідження й відкриття українських учнів і учениць?
- ▶ «Великі відкриття» (упорядкування хронологічної шкали (таблиці); створення ментальної карти; фотоальбому тощо).
- ▶ Природа — джерело творчого натхнення діячів мистецтва.
- ▶ Нобелівські лауреати.
- ▶ Знайдіть відомості про видатних українок, що присвятили своє життя вивченню фізики й астрономії.

МЕХАНІКА



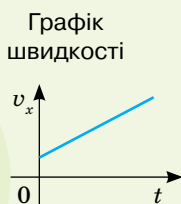
Ми в цьому розділі розглянемо теоретичні й прикладні результати пояснення механічних процесів у природі й техніці. Для пояснення багатьох явищ потрібно буде проявити математичну компетентність — застосувати знання з алгебри й геометрії для пояснення фізичних процесів!



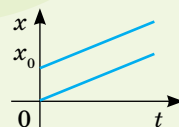
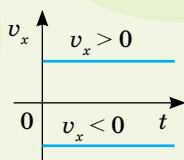
Ментальна карта

Графіки

Рівноприскорений рух



Рівномірний рух



МЕХАНІЧНИЙ РУХ — зміна з часом положення тіла або частин тіла у просторі відносно інших тіл

Переміщення — напрямлений відрізок прямої, який з'єднує початкове і кінцеве положення тіла.



Матеріальна точка — фізична модель тіла в умовах, за яких розмірами тіла можна знехтувати.

нерівномірний рух по колу

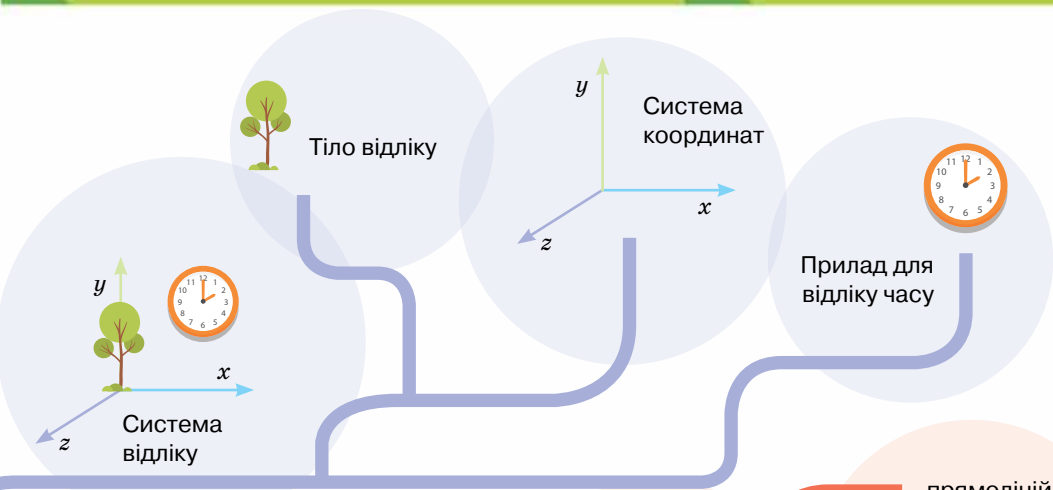


рівномірний рух по колу

Траєкторія руху матеріальної точки — неперервна уявна лінія, яку описує в просторі точка, що рухається.



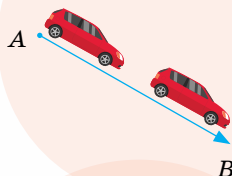
Шлях — фізична величина, яка дорівнює довжині траєкторії.



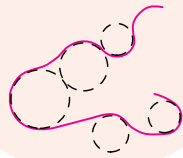
Види механічного руху

за формою траєкторії

прямолінійний рух

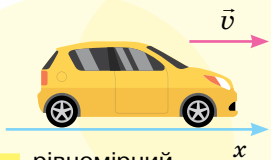


криволінійний рух



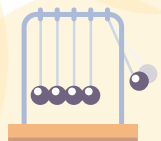
за значенням і напрямком швидкості

за періодичністю

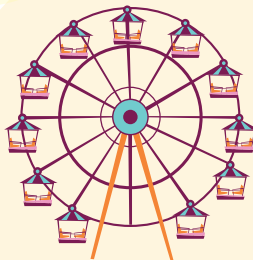


рівномірний прямолінійний рух

коливальний рух



рух по колу



нерівномірний прямолінійний рух



§ 1

Основна задача механіки та способи опису руху тіла

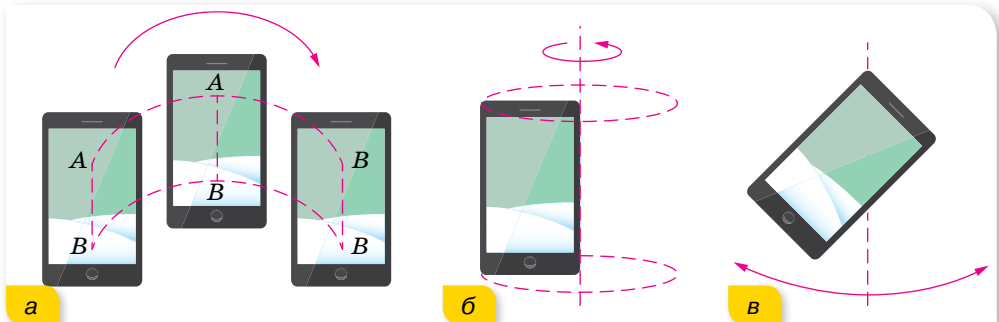
Види механічного руху. Науку, яка вивчає механічний рух матеріальних тіл і взаємодії, що при цьому відбуваються, називають *механікою*. Залежно від опису руху в механіці виділяють розділи: кінематику, де вивчається рух тіл, не беручи до уваги сили; динаміку, яка вивчає рух тіл під дією сил; статику, що вивчає питання рівноваги тіл.

Проте не всі рухи можна описати законами механіки. Наприклад, рух однієї молекули можна описати законами механічного руху, а рух їх сукупності в тілі описується вже іншими — *статистичними законами*.

Рух тіла зі швидкістю, близькою до швидкості світла $\left(300\,000 \frac{\text{км}}{\text{с}}\right)$, описується *законами релятивістської механіки*. Рух і взаємодію елементарних частинок мікросвіту описують у *квантовій механіці*.

Закони механічного руху, які ми вивчатимемо в цьому розділі, поширюються на тіла макро- і мегасвіту, що рухаються зі швидкостями, набагато меншими від швидкості світла.

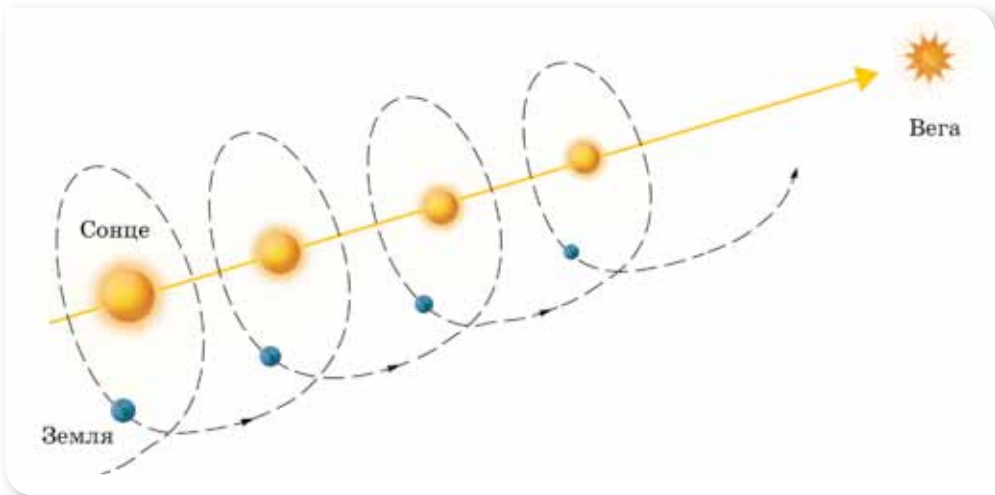
Механічні рухи тіл можуть бути різноманітними й складними. На малюнку 1 показано приклади поступального, обертального та коливального рухів.



Мал. 1. Приклади рухів: а — поступальний; б — обертальний; в — коливальний

У природі, як правило, тіла одночасно здійснюють кілька рухів. Наприклад, Земля обертається навколо власної осі, навколо Сонця, і разом із Сонцем рухається в напрямку до зорі Вега (мал. 2).

Зверніть увагу, у цьому випадку ми Землю розглядали як *матеріальну точку*. Так можна ідеалізувати рух, якщо розміри й форма тіла в розгляданому русі не суттєві й ними можна знехтувати. Надалі, якщо немає спеціальних застережень, вживаючи слово тіло, матимемо на увазі, що його можна розглядати як матеріальну точку.



Мал. 2. Складний рух Землі у просторі

Основна задача механіки. Основною задачею механіки є опис механічного руху тіл, тобто встановлення *закону руху (рівняння руху)* тіла на основі його характеристик (координати, переміщення, довжини пройденого шляху, кута повороту, швидкості, прискорення тощо). Іншими словами, якщо за допомогою складеного *закону (рівняння) руху* можна визначити положення тіла в будь-який момент часу, то основна задача механіки вважається розв'язаною.

Основною задачею механіки є визначення положення тіла у просторі в будь-який момент часу.

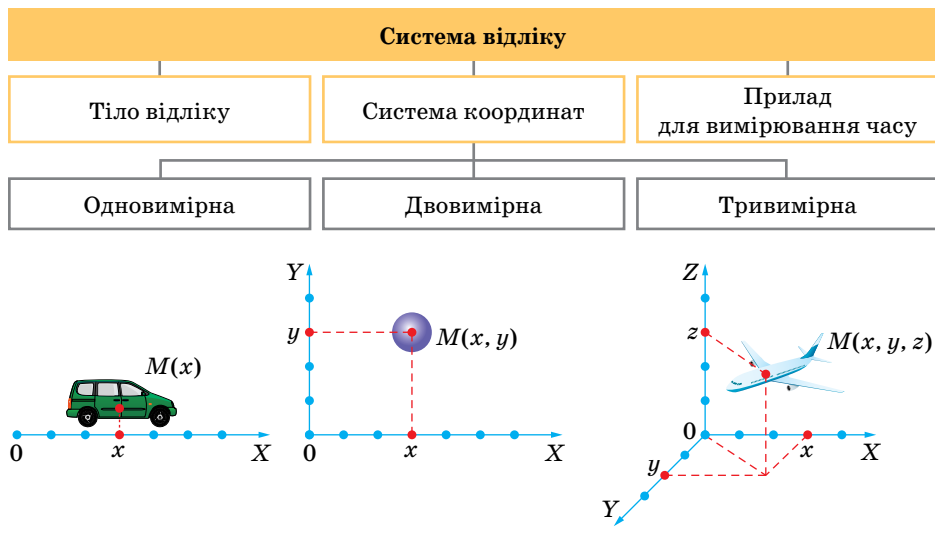
Способи визначення положення тіла. Щоб фіксувати зміну положення тіла у просторі, необхідно встановити, *відносно чого* відбувається саме ця зміна. Систему відліку (мал. 3, с. 14) в кінематиці вибирають, керуючись лише міркуваннями зручності для математичного опису руху.

Рівняння, яке встановлює залежність координат матеріальної точки від часу, називається **рівнянням (законом) руху**.

У тривимірній системі відліку рівняння руху математично записують так: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

Дослідити рух тіла (зміну його положення у просторі з плином часу) можна і за його *траєкторією*.

Траєкторія матеріальної точки — неперервна уявна лінія, яку описує точка під час свого руху в обраній системі відліку.



Мал. 3. Системи відліку

За траєкторією руху легко визначити шлях, пройдений тілом. Для цього необхідно виміряти довжину траєкторії між початковим положенням тіла і положенням тіла в обраний момент часу.

Шлях, l — фізична величина, що дорівнює довжині траєкторії, яку описує точка за час руху.

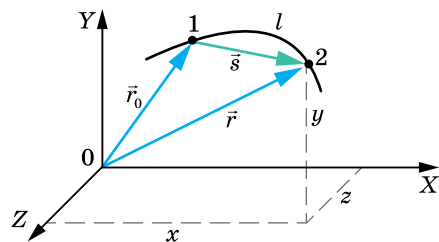
Одиницею шляху є метр: 1 м. Шлях — величина скалярна.

Якщо відомо, де розташоване тіло на початку руху, його траєкторія і пройдений шлях, то можна визначити, де буде тіло в кінці руху.

Якщо траєкторія руху невідома, і не має значення, якою саме траєкторією рухається тіло, а важливо визначити зміну положення тіла у просторі з плином часу, тоді користуються поняттями «радіус-вектор» і «переміщення» (мал. 4).

Радіус-вектор \vec{r} точки — це вектор, що сполучає початок відліку із цією точкою.

Наприклад, у початковий момент часу тіло перебуває в точці 1 (мал. 4), положення якої визначається радіусом-вектором \vec{r}_0 . Протягом інтервалу часу Δt тіло перемістилось у точку 2, положення якої визначається



Мал. 4. До введення понять радіус-вектор і переміщення

радіусом-вектором \vec{r} . Зміну положення тіла можна визначити за його *переміщенням*.

Переміщення \vec{s} — вектор, що сполучає початкове положення точки з її положенням у вибраний момент часу.

Як видно з малюнка 4, вектор переміщення \vec{s} , проведений з початкової точки 1 у кінцеву 2, дорівнює приросту радіуса-вектора: $\vec{s} = \Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$.

Модуль вектора переміщення позначають $|\vec{s}|$, або просто s .

Одиницею переміщення є метр: 1 м.

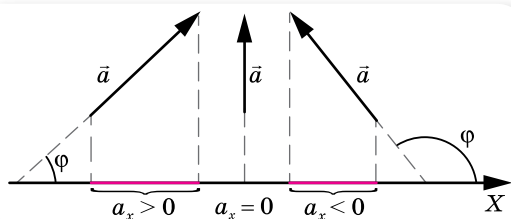
МАТЕМАТИЧНА ДОВІДКА

Векторна величина (вектор) — величина, значення якої задається дійсним числом і напрямком.

Графічно вектор зображають напрямленим відрізком, чим задають відразу три характеристики: числове значення, напрямок і точку прикладання.

Проекція вектора на вісь — це довжина відрізка, який отримують завдяки проектуванню вектора на відповідну координатну вісь.

У декартовій системі координат, щоб спроектувати вектор, треба опустити перпендикуляри на осі з точок початку й кінця вектора. Проекцією вектора \vec{a} на вісь X називається величина a_x , яка дорівнює $a_x = a \cdot \cos \varphi$, де a — модуль вектора, φ — кут між напрямком вектора та віссю X (мал. 5).



Мал. 5. Проекція вектора на вісь

Проекція вектора на вісь буде додатною, якщо кут φ гострий, і від'ємною, якщо кут φ тупий, і дорівнюватиме нулю, якщо φ прямий (вектор перпендикулярний до осі).

Вектор переміщення тіла можна визначити за його координатами. Нехай тіло перебуває на площині в точці 1, координати якої x_1 і y_1 . За певний інтервал часу тіло перемістилось у точку 2, координати якої x_2 та y_2 (мал. 6). З малюнка 6 видно, що модуль і напрямок вектора переміщення \vec{s} можуть бути визначені через різниці координат $\Delta x = x_2 - x_1$ та $\Delta y = y_2 - y_1$.

Модуль вектора переміщення $|\vec{s}|^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$ або $s = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$.

Напрямок вектора переміщення відносно координатної осі X визначається тангенсом кута нахилу вектора:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

І навпаки, різниця координат може бути виражена через модуль вектора переміщення:

$$\Delta x = |\vec{s}| \cos \varphi, \quad \Delta y = |\vec{s}| \sin \varphi.$$

Таким чином, визначити положення рухомого тіла відносно вибраної системи відліку можна трьома способами: координатним, векторним і траєкторним (природним).

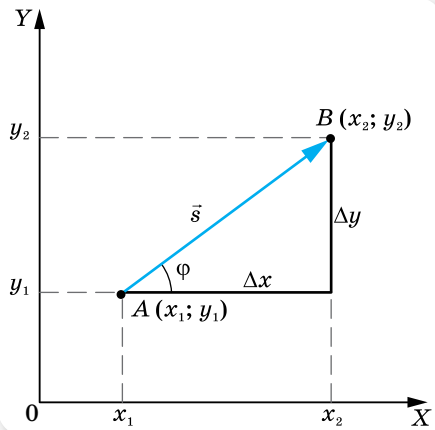
Координатним способом положення рухомого тіла у просторі можна визначити, якщо відомий закон зміни координат із часом: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

Векторним способом положення рухомого тіла у просторі можна визначити за його радіусом-вектором $\vec{r}(t)$.

Траєкторним (природним) способом положення тіла визначається за пройденим шляхом уздовж траєкторії $l = l(t)$. Цей спосіб застосовний, коли траєкторія руху відома.

Іноді можна записати формулу, яка зв'язує координати точки під час руху на площині — залежність $x = f(y)$. Ця формула називається *рівнянням траєкторії*.

Визначимо, що можна розглядати рух не лише між початковим і кінцевим положеннями тіла, а й у будь-який момент часу його руху.



Мал. 6. Визначення модуля та напрямку вектора переміщення за його координатами

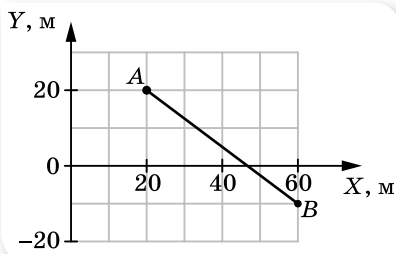


ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗЦІМЮ

1. У чому полягає основна задача механіки?
2. Для чого, досліджуючи рух, вводять систему відліку?
3. У яких випадках футбольний м'яч можна вважати матеріальною точкою, а в яких — ні?
4. Чим різняться поняття траєкторія, пройдений шлях і переміщення?
5. Які способи опису механічного руху існують?

ВПРАВА 1

- Тіло здійснює рух уздовж квадрата, сторона якого 20 см. Визначте шлях і переміщення тіла, якщо: а) тіло пройшло вздовж однієї сторони; б) двох сторін; в) трьох сторін; г) чотирьох сторін.
- За що ми сплачуємо в таксі: за шлях чи переміщення?
- У спортивній залі м'яч упав з висоти 3 м, відбився від підлоги й був зловлений на висоті 1 м. Визначте шлях і переміщення м'яча.
- На малюнку 7 зображено траєкторію руху тіла з точки A в точку B . Визначте координати тіла на початку та в кінці руху, проєкції переміщення на осі координат, модуль переміщення.
- Тіло перемістилося з точки, координати якої $x_1 = 0$, $y_1 = 2$ м, у точку з координатами $x_2 = 4$ м, $y_2 = -1$ м. Зробіть малюнок і визначте вектор переміщення та його проєкції на осі координат.
- Перед початком поїздки на одометрі автомобіля зафіксовано 40 280 км. Автомобіль проїхав 30 км прямолінійно, потім здійснив поворот, проїхавши половину кола кільцевої дороги радіусом 20 км, і зупинився. Визначте переміщення автомобіля. Якими стали покази одометра?
- Сходінка ескалатора піднялась угору на 10 м. Людина по ескалатору за цей час спустилась униз на 5 м. Визначте й накресліть вектор переміщення людини відносно землі. Накресліть вектори переміщення ескалатора відносно землі та людини відносно ескалатора.



Мал. 7

§ 2

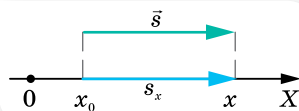
Прямолінійний рівномірний рух

Рівняння рівномірного прямолінійного руху. Пригадаймо означення прямолінійного рівномірного руху, що відоме вам з 9 класу.

Прямолінійний рівномірний рух — це рух, під час якого тіло (матеріальна точка) за будь-які однакові інтервали часу здійснює однакові переміщення.

Траєкторія такого руху — пряма лінія.

Прямолінійний рівномірний рух тіла можна описати зміною однієї з координат, якщо систему відліку обрати так, щоб координатна вісь збігалася з напрямком руху. Нехай тіло в момент початку руху перебуває в точці з координатою x_0 (мал. 8), через деякий час t , здійснивши переміщення \vec{s} , воно матиме координату x .



Мал. 8. Переміщення та координати тіла під час рівномірного прямолінійного руху

У випадку рівномірного руху про величину швидкості ми можемо робити висновок за величиною шляху, який проходить тіло за однакові інтервали часу. Що більший шлях пройшло тіло за той самий час, то більшою є його швидкість, і навпаки.

Швидкість рівномірного руху тіла \vec{v} — векторна фізична величина, що дорівнює переміщенню \vec{s} , здійсненому тілом за одиницю часу.

Одиниця швидкості в СІ — метр за секунду: $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вектор швидкості у випадку рівномірного прямолінійного руху напрямлений так само, як і вектор \vec{s} .

Визначаючи швидкість рівномірного руху \vec{v} , переміщення \vec{s} можна вибрати довільним і ділити на інтервал часу Δt , протягом якого відбулося це переміщення: $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$. Час найчастіше рахують від початкового моменту $t_0 = 0$, тоді $\Delta t = t - t_0 = t$, а векторні величини, що характеризують рух тіла, записують у проекціях на відповідну вісь, отже, для рівномірного прямолінійного руху $v_x = \frac{s_x}{t}$.

Знаючи проекцію швидкості руху тіла, можна визначити проекцію його переміщення за будь-який інтервал часу: $s_x = v_x t$. Оскільки рівномірний рух є рухом зі сталою швидкістю ($v = \text{const}$), то пройдений шлях прямо пропорційний часові.

З малюнка 8 (с. 17) видно, що числове значення проекції вектора переміщення на координатну вісь X дорівнює зміні координат тіла $x - x_0$, тобто $s_x = x - x_0$. Застосовуючи останні формули, отримуємо кінематичне рівняння рівномірного прямолінійного руху:

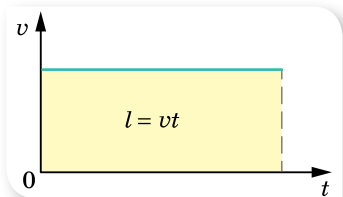
$$x - x_0 = v_x t \text{ або } x = x_0 + v_x t.$$

Якщо напрямок руху збігається з напрямком координатної осі, то $v_x > 0$, $v_x = v$, і координата з плином часу збільшується: $x = x_0 + vt$, де v — модуль швидкості. Якщо напрямок руху тіла протилежний напрямку координатної осі, то $v_x < 0$, $v_x = -v$, і координата з плином часу зменшується: $x = x_0 - vt$.

За допомогою отриманого рівняння руху ми можемо визначити положення (координату) тіла в будь-який момент часу. Отже, основну задачу механіки для рівномірного прямолінійного руху розв'язано.

Графічне зображення прямолінійного рівномірного руху. Дослідити характер руху можна й графічним способом, зображуючи залежності параметрів руху (швидкості, пройденого шляху, переміщення, координати) від часу за допомогою відповідних графіків.

Оскільки швидкість тіла під час рівномірного прямолінійного руху із часом не зміню-



Мал. 9. Графік модуля вектора швидкості рівномірного прямолінійного руху

ється, тобто $\vec{v} = \text{const}$, тому *графік модуля швидкості* — це пряма, паралельна осі часу t й розміщена над нею, оскільки модуль швидкості завжди додатний (мал. 9).

Графічна залежність проекції швидкості від часу (мал. 10) відрізняється від попереднього графіка тим, що лінія $v_x = v_x(t)$ може розташовуватися як над віссю t , за умови $v_x > 0$, так і під нею, за умови $v_x < 0$.

Площі зафарбованих прямокутників дорівнюють значенням проекцій переміщень за певний час.

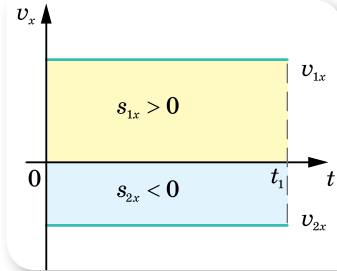
Графіком проекції переміщення $s_x = s_x(t)$ є пряма (порівняйте з відомим вам графіком лінійної функції $y = ax$). Оскільки проекція переміщення може набувати як додатних, так і від'ємних значень, то графік проекції переміщення (мал. 11) може бути розташований у I чверті координатної площини ($s_x > 0$, відповідно і $v_x > 0$) або в IV чверті ($s_x < 0$, $v_x < 0$).

За графіками проекції переміщення можна порівняти значення швидкостей рухомих тіл. З малюнка 11 видно, що тангенс кута нахилу графіка проекції переміщення дорівнює проекції швидкості. Що більшою є швидкість руху тіла, то більший кут нахилу графіка проекції переміщення.

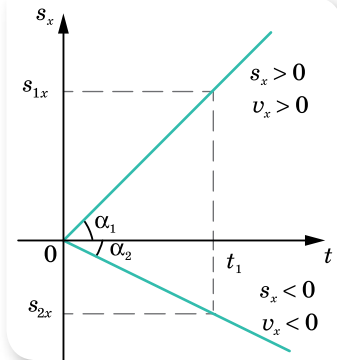
Графік проекції переміщення завжди проходить через початок координат.

Графік шляху $l = l(t)$. Оскільки під час рівномірного прямолінійного руху модуль переміщення дорівнює довжині пройденого шляху, то $l = vt$. Модуль швидкості завжди величина додатна, і графік шляху завжди напрямлений вгору (мал. 12).

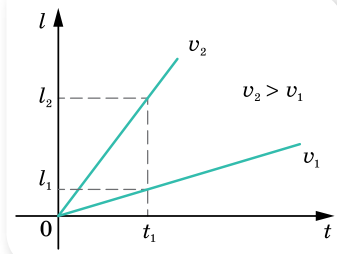
Графік координати тіла $x = x(t)$ характеризує зміну координат тіла із часом. З рівняння руху $x = x_0 + v_x t$ випливає, що він є лінійною функцією. Відповідна пряма проходить через початок координат, коли $x_0 = 0$, або зміщена вздовж осі x на величину x_0 , коли $x_0 \neq 0$. Оскільки проекція швидкості може мати як додатні, так і від'ємні значення (напрямок вектора швидкості може збігатися з обраним напрямком координатної осі або бути протилежним йому), то графік може здійматися вгору ($v_x > 0$) або спадати вниз ($v_x < 0$).



Мал. 10. Графіки проекції швидкості



Мал. 11. Графік проекції переміщення для рівномірного прямолінійного руху



Мал. 12. Графік шляху для рівномірного прямолінійного руху

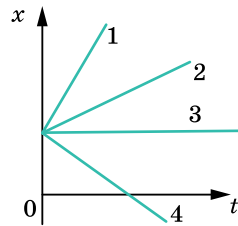


ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗУМІЮ

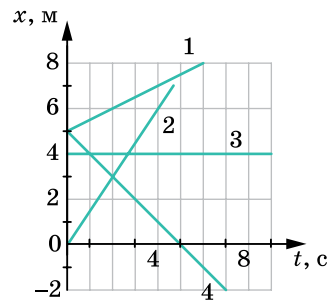
1. Чи є рух тіла рівномірним, якщо тіло за першу секунду від початку спостереження за його рухом проходить 10 м, за кожну половину секунди — 5 м, за кожну п'яту частину секунди — 2 м.
2. Чи можна вважати рух велосипедиста рівномірним, якщо він за перші 5 хв проїхав 5 км, а за наступні $\frac{1}{6}$ год — 10 км?
3. Два тіла рухаються рівномірно і прямолінійно. Чим можуть відрізнитись рухи цих тіл?
4. Графік руху перетинає вісь часу. Що це означає?

ВПРАВА 2

1. Швидкість тіла під час руху по прямій з пункту A в пункт B у два рази більша за швидкість руху цього тіла у зворотному напрямку. Побудуйте графіки залежності від часу: а) координати; б) швидкості; в) шляху.
2. З двох точок A і B , відданих на відстань 90 м одна від одної, одночасно в одному напрямку почали рухатися два тіла. Перше тіло, що рухається з точки A , має швидкість $5 \frac{M}{C}$. Друге тіло, що рухається з точки B , має швидкість $2 \frac{M}{C}$. Через який час перше тіло наздожене друге? Яке переміщення здійснить кожне тіло? Розв'яжіть задачу аналітичним і графічним способами.
3. На малюнку 13 наведено графіки руху чотирьох тіл уздовж осі X . Що спільного в усіх цих рухів? Чим вони відрізняються? Накресліть схематичні графіки $v_x(t)$ для кожного з рухів.
4. За наведеними на малюнку 14 графіками опишіть рух. Для кожного з них визначте модуль і напрямок швидкості, запишіть формулу $x(t)$.
5. Рівняння руху вантажного автомобіля має вигляд $x_1 = -270 + 12t$, а рівняння руху пішохода, який іде узбіччям того самого шосе, має вигляд $x_2 = -1,5t$. Накресліть графіки руху й визначте: а) положення автомобіля та пішохода в момент початку спостереження; б) з якими швидкостями і в якому напрямку вони рухалися; в) коли й де вони зустрілися.



Мал. 13



Мал. 14



Експериментуємо

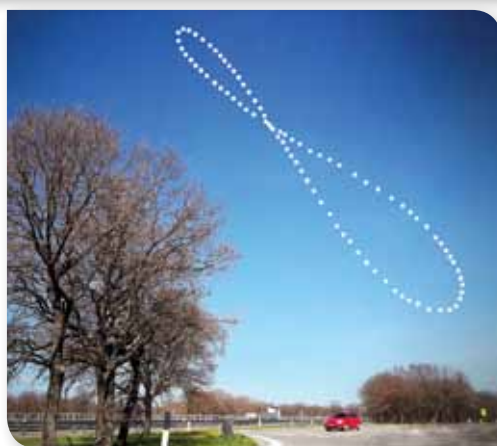
1. Дослідіть характер руху бульбашки повітря в скляній трубці, наповненій водою.
2. Визначте модуль швидкості вашого руху на велосипеді, маючи тільки шкільну лінійку. *Примітка:* вважати, що на проголошення двоцифрового числа (наприклад, 21) витрачається 1 секунда.

§ 3

Відносність механічного руху

Відносність руху. Оскільки тіло відліку можна вибирати довільно і таких тіл може бути безліч, то й рух тіла можна одночасно розглядати в кількох системах відліку. Найчастіше систему відліку пов'язують із тілом відліку, яке в цій ситуації зручно вважати нерухомим, а саме: із землею, з деревами на узбіччі, населеним пунктом тощо. Таку систему відліку умовно називають *нерухомою К*. З іншими тілами, що рухаються в нерухомій системі відліку рівномірно і прямолінійно, пов'язують *рухомі системи відліку К'*, розглядаючи рух вибраного тіла відносно обох систем відліку.

У разі розгляду руху в різних системах відліку його характеристики (траєкторія, швидкість, переміщення, пройдений шлях) змінюються (мал. 15). Наприклад, ви їдете в потязі. Відносно купе ви перебуваєте в спокої (швидкість і переміщення дорівнюють нулю), відносно станції чи зустрічного потяга — ви рухаєтесь. До того ж швидкість вашого руху відносно зустрічного потяга значно більша за швидкість руху відносно станції.



Мал. 15. Приклади відносності руху

Інший приклад. Якщо фотокамеру спрямувати в південну частину неба, закріпити її нерухомо й щоденно в полудень робити знімок на один і той самий фотокадр, то одержимо траєкторію, яку описує центр сонячного диска за час фотографування, — аналему. Ця траєкторія нагадує «вісімку», протяжність якої становитиме 47° .

Залежність характеристик руху (траєкторії, шляху, переміщення та швидкості) від вибору системи відліку називають **відносністю руху**.

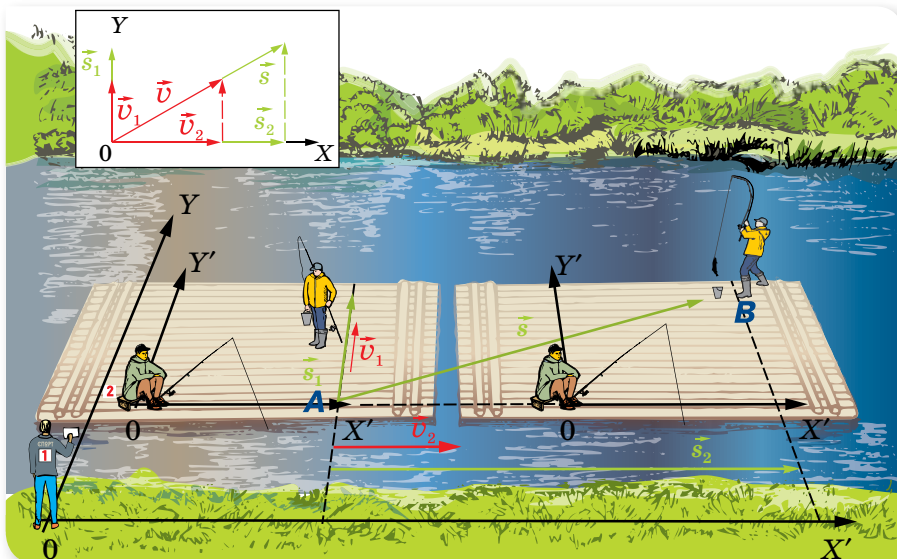
Будь-який рух (як і стан спокою) є відносним за своїм характером, тобто потрібно обов'язково вказати систему відліку. Варто мати на увазі, що назви «відносний» та «абсолютний» — умовні й залежать від вибору системи відліку.

Закони додавання переміщень і швидкостей. Яким же буде переміщення тіла, коли воно одночасно бере участь у кількох рухах?

Розглянемо найпростіший випадок, коли два рухи здійснюються вздовж однієї прямої. Наприклад, людина іде вагоном потяга, що рухається відносно станції. За час t переміщення потяга — \vec{s}_1 , за цей же час пасажир перемістився у вагоні на \vec{s}_2 . Тоді переміщення пасажирів відносно станції дорівнює векторній сумі переміщення пасажирів відносно потяга \vec{s}_2 і переміщення самого потяга відносно станції \vec{s}_1 : $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$.

Якщо ж вектори \vec{s}_1 і \vec{s}_2 мають різні напрямки (пасажир іде проти ходу потяга), переміщення \vec{s} напрямлене в бік більшого з них, а його модуль дорівнює різниці модулів векторів \vec{s}_1 і \vec{s}_2 .

Розглянемо випадок, коли рух, що нас цікавить, ми можемо розглядати як результат додавання кількох рухів, напрямлених під кутом один до одного (мал. 16).



Мал. 16. До пояснення законів додавання переміщень і швидкостей

Нехай один з рибалок перетинає пліт перпендикулярно до напрямку його руху. За рухом рибалки стежать два спостерігачі — один з берега річки (нерухома система відліку XU), другий — із плоту, який рухається відносно берега зі швидкістю течії річки (рухома система відліку $X'U'$). Спостерігачі в нерухомій і рухомій системах відліку бачитимуть рух рибалки по-різному.

Спостерігач на плоту бачитиме переміщення рибалки по прямій перпендикулярно до течії. Зовсім інше бачитиме спостерігач із берега: рибалка віддалятиметься від нього вздовж прямої AB .

Таким чином, відносно рухомої системи відліку рибалка здійснить переміщення \vec{s}_1 , відносно нерухомої системи відліку — \vec{s} , сама ж рухома система за цей час здійснить переміщення \vec{s}_2 (мал. 16). За правилом додавання векторів: $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$.

Добути при розгляданні прикладів висновки справедливі й для всіх інших випадків, коли розглядуване тіло бере одночасно участь у двох рухах.

Тепер можна сформулювати **закон додавання переміщень**:

переміщення тіла \vec{s} у нерухомій системі відліку дорівнює векторній сумі переміщення \vec{s}_1 тіла в рухомій системі відліку й переміщення рухомої системи відліку \vec{s}_2 відносно нерухомої: $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$.

Поділивши обидві частини рівняння $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ на час руху тіла

$$\frac{\vec{s}}{t} = \frac{\vec{s}_1}{t} + \frac{\vec{s}_2}{t}, \text{ матимемо закон додавання швидкостей.}$$

Класичний закон додавання швидкостей¹: швидкість тіла відносно системи, яку вважають нерухомою \vec{v} , дорівнює векторній сумі швидкості тіла в рухомій системі відліку \vec{v}_1 та швидкості самої рухомої системи відліку \vec{v}_2 :

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2.$$

Отже, швидкість руху тіла також є *величиною відносною*, що залежить від вибору системи відліку.

Зверніть увагу! Оскільки рух і спокій є відносними, то як нерухома можна було обрати систему, пов'язану з плотом. У такому разі система відліку, що пов'язана з берегом, була б рухомою, а напрямок її руху — протилежним напрямку течії.

Закон додавання швидкостей виконується для будь-яких рухів — і рівномірного прямолінійного, і рівноприскореного.

¹ Закон має назву класичний, тому що виконується для тіл, швидкості руху яких набагато менші від швидкості світла.



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗУМІЮ

1. У чому суть відносності руху?
2. Які характеристики механічного руху змінюються, якщо розглядати рух тіла відносно іншої системи відліку? А які — залишаються незмінними?
3. Чим відрізняються такі поняття, як «відносна швидкість двох тіл» і «швидкість одного тіла відносно іншого»?



Приклади розв'язування задач

Задача 1. Паралельними залізничними коліями в одному напрямку рухаються два потяги: пасажирський завдовжки 200 м зі швидкістю $162 \frac{\text{км}}{\text{год}}$ і товарний — завдовжки 400 м зі швидкістю $108 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Скільки часу пасажирський потяг обганятиме товарний?

Дано:

$$v_1 = 162 \frac{\text{км}}{\text{год}} = 45 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = 108 \frac{\text{км}}{\text{год}} = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$s_1 = 200 \text{ м}$$

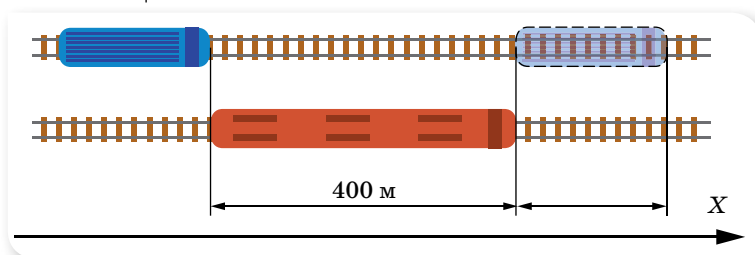
$$s_2 = 400 \text{ м}$$

$$t = ?$$

Розв'язання:

За тіло відліку приймемо товарний потяг, вісь X спрямуємо в напрямку руху потягів (мал. 17).

Указані в умові значення швидкостей задано відносно нерухомої системи відліку, що пов'язана з поверхнею землі. Відносно рухомої системи відліку, пов'язаної з товарним потягом, пасажирський потяг має відносну швидкість $v = v_1 - v_2$.



Мал. 17

Щоб обігнати товарний, пасажирський потяг має переміститись відносно нього на відстань, що дорівнює сумі довжин потягів. Тоді час обгону

$$t = \frac{s_1 + s_2}{v_1 - v_2} = \frac{600 \text{ м}}{45 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 40 \text{ с.}$$

Відповідь: 40 с.

Задача 2. Пліт пропливає біля пункту A в той момент, коли від нього відправляється вниз за течією річки до пункту B моторний човен. Відстань між пунктами, що дорівнює 15 км, човен проплив за 0,75 год і повернув назад. Повертаючись у пункт A , човен зустрів пліт на відстані 9 км від пункту B . Визначте швидкість течії u та швидкість човна відносно води v .

Дано:

$$s_1 = 15 \text{ км}$$

$$s_2 = 9 \text{ км}$$

$$t = 0,75 \text{ год}$$

$$u = ?$$

$$v = ?$$

Розв'язання:

Розв'язання цієї задачі буде набагато простішим, якщо систему відліку пов'язати з плотом. У такій системі пліт і вода в річці нерухомі. Це означає, що відносно плоту моторний човен рухається до пункту B й у зворотному напрямку з однаковою швидкістю.

Час руху човна у прямому та зворотному напрямках — $2t$, відстань, яку він при цьому пройшов: $s = s_1 + s_2$. Швидкість човна відносно води:

$$v = \frac{s}{2t} = \frac{15 \text{ км} + 9 \text{ км}}{2 \cdot 0,75 \text{ год}} = 16 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

За цей час пліт пройшов відстань $s_1 - s_2$.

$$\text{Таким чином, швидкість течії } u = \frac{s_1 - s_2}{2 \cdot t} = \frac{6 \text{ км}}{2 \cdot 0,75 \text{ год}} = 4 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$\text{Відповідь: } v = 16 \frac{\text{км}}{\text{год}}, u = 4 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

Задача 3. Швидкість течії річки з паралельними берегами всюди однакова й дорівнює $0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Катер перепливає річку, рухаючись відносно води зі швидкістю $5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ в напрямку, перпендикулярному до берегів. Ширина річки 200 м.

На яку відстань знесе катер вниз за течією протягом часу переправи?

На яку відстань знесе катер вниз за течією протягом часу переправи?

Дано:

$$v_1 = 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$l = 200 \text{ м}$$

$$s = ?$$

Розв'язання:

Задачу можна розв'язати двома способами: у рухомій (пов'язаній з течією річки) і нерухомій (пов'язаній з берегом) системах відліку. За початок координат (в обох системах) візьмемо пункт відправки катера.

У нерухомій, пов'язаній з берегом системі відліку, катер одночасно бере участь у двох рухах: зі швидкістю $v_2 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$,

перпендикулярною до течії, та разом з течією

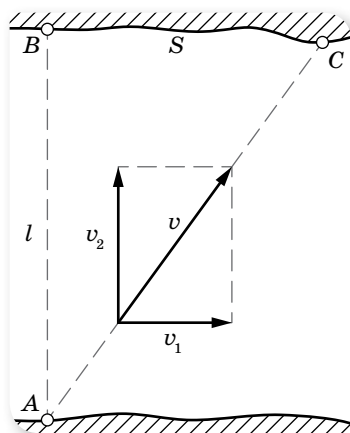
вздовж берега — зі швидкістю $v_1 = 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

(мал. 18). Згідно з правилом додавання швидкостей повна швидкість катера відносно берега $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Очевидно, що напрямок руху катера співпадає з напрямком вектора \vec{v} вздовж прямої AC . Відстань s , на яку знесе катер, можна визначити з подібності три-

кутника ABC трикутнику швидкостей: $\frac{l}{s} = \frac{v_2}{v_1}$,

$$\frac{l}{s} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\text{звідки } s = \frac{lv_1}{v_2} = \frac{200 \text{ м} \cdot 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{5 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 12 \text{ м.}$$



Мал. 18

Тепер розв'яжемо задачу в рухомій системі координат (відносно течії).

Ця система рухається відносно нерухомої зі швидкістю $v_1 = 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Швид-

кість руху катера відносно води (рухомої системи) $v_2 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Потрібно ви-

значити, на яку відстань зміститься вниз за течією початок рухомої системи відліку $s = v_1 t$. Час руху визначимо поділивши ширину річки

на швидкість руху катера: $t = \frac{l}{v_2}$. Остаточно: $s = l \frac{v_1}{v_2} = \frac{200\text{м} \cdot 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{5 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 12 \text{ м}$.

Відповідь: 12 м.

ВПРАВА 3

1. Швидкість гіроскутера — $36 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, а швидкість зустрічного вітру — $4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Яка швидкість вітру в системі відліку, пов'язаній з гіроскутером?
2. Ескалатор метро рухається зі швидкістю $0,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. За який час людина переміститься на 40 м відносно Землі, коли вона йде в напрямку руху ескалатора зі швидкістю $0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ в системі відліку, пов'язаній з ескалатором?
3. Швидкість руху човна відносно води в n разів більша, ніж швидкість течії річки. У скільки разів довше пливе човен між двома пунктами проти течії, ніж за течією? Розв'яжіть задачу для значень $n = 2$ і $n = 11$.
4. На моторному човні, що має в системі відліку, пов'язаній з водою, швидкість $6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, потрібно переправитися через річку найкоротшим шляхом. Який курс відносно берега треба тримати під час переправи, якщо швидкість течії річки становить $2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$?
5. Людина у потязі, що рухається зі швидкістю $36 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, бачить протягом 60 с сусідній потяг завдовжки 600 м, який іде паралельно першому в одному напрямку. Визначте: а) з якою швидкістю рухається другий потяг і скільки часу людина у другому потязі бачить перший потяг завдовжки 900 м; б) час, протягом якого люди у кожному з потягів бачать проходження сусіднього потяга, за умови, що потяги рухаються назустріч один одному.
6. Ескалатор метро піднімає людину, що стоїть нерухомо на ньому, протягом 1 хв. По нерухомому ескалатору людина піднімається пішки протягом 3 хв. Скільки часу (в секундах) витратить людина на підйом пішки по ескалатору, який рухається?

§ 4 Нерівномірний рух

Нерівномірний рух. У реальному житті найчастіше ми маємо справу з *нерівномірним рухом* — рухом, під час якого тіло за однакові інтервали часу здійснює різні переміщення.

Для опису нерівномірного руху користуються поняттями *середньої та миттєвої швидкостей*. Причому середня швидкість нерівномірного руху має подвійне тлумачення: як *середня швидкість переміщення* і як *середня швидкість проходження шляху*.

1) **Середня швидкість переміщення** — векторна величина, що визначається відношенням переміщення до інтервалу часу, протягом якого відбулося це переміщення: $\vec{v}_c = \frac{\vec{s}}{\Delta t} = \frac{\vec{s}_1 + \vec{s}_2 + \dots + \vec{s}_n}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_n}$, де $\vec{s}_1, \vec{s}_2, \dots, \vec{s}_n$ — переміщення тіла за відповідні інтервали часу $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n$.

2) **Середня швидкість проходження шляху** — скалярна величина, що визначається відношенням пройденого шляху до інтервалу часу, за який цей шлях пройдено: $v_c = \frac{l}{\Delta t} = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_n}$, де l_1, l_2, \dots, l_n — ділянки шляху, пройдені за відповідні інтервали часу $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n$.

Причому значення цих швидкостей може бути різним. Наприклад, якщо траєкторія руху криволінійна, пройдений шлях завжди більший за переміщення.

Середня швидкість характеризує рух тіла на певній ділянці траєкторії *за весь час* руху, але не дає інформації про рух тіла в певній точці траєкторії (у певний момент часу).

Миттєва швидкість. Особливістю механічного руху є його неперервність, тобто ані координати тіла, ані його швидкість руху не можуть змінюватися стрибками. Тому для характеристики нерівномірного руху застосовують поняття *миттєвої швидкості*.

Щоб визначити миттєву швидкість, треба зменшувати інтервал часу, за який здійснюється переміщення. Що меншим буде цей інтервал, то менше переміщення здійснюватиме тіло. Коли швидкість визначатиметься за досить короткий інтервал часу $\Delta t \rightarrow 0$ і переміщення буде малим (наближається до точки ($\Delta \vec{s} \rightarrow 0$)), то дріб $\frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$ прямує до деякого граничного значення, тобто швидкість практично не змінюватиметься ні за значенням, ні за напрямком.

Миттєва швидкість *збігається з напрямком того малого переміщення, яке здійснює тіло за досить короткий інтервал часу*.

Саме миттєву швидкість показує спідометр автомобіля.

Надалі, говорячи про швидкість нерівномірного руху, ми матимемо на увазі саме миттєву швидкість. Про миттєву швидкість можна говорити

й у випадку рівномірного руху. Миттєва швидкість рівномірного руху в будь-якій точці й у будь-який час є однаковою. Миттєва швидкість нерівномірного руху в різних точках траєкторії й у різні моменти часу — різна.

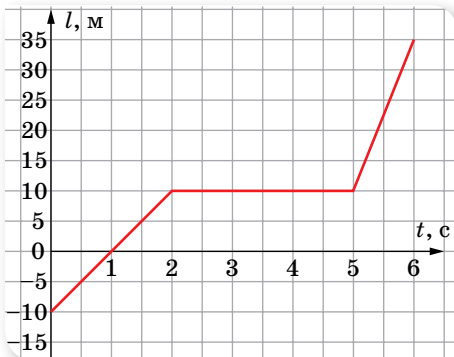


ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗУМІЮ

1. Навіщо вводять поняття середньої та миттєвої швидкостей? Коли застосовують кожне з них для опису руху?
2. У якому разі модуль середньої швидкості переміщення дорівнює модулю середньої швидкості проходження шляху?
3. Як можна за спідометром визначити середню швидкість руху?

ВПРАВА 4

1. Потяг першу половину шляху рухався зі швидкістю, в $n = 1,5$ рази більшою, ніж під час подолання другої половини шляху. Середня швидкість руху поїзда на всьому шляху дорівнює $43,5 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Які швидкості руху потяга на першій і другій половинах шляху?
2. Квадроцикл проїхав половину шляху зі швидкістю $50 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Половину часу, який залишився, він їхав зі швидкістю $20 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, а решту — зі швидкістю $40 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Визначте середню швидкість руху квадроцикла на всьому шляху.
3. Автомобіль проходить першу третину шляху зі швидкістю v_1 , а ту частину шляху, що залишилася, зі швидкістю $v_2 = 50 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Визначте швидкість руху автомобіля $\left(y \frac{\text{км}}{\text{год}} \right)$ на першій ділянці шляху, якщо середня швидкість руху $v_c = 37,5 \frac{\text{км}}{\text{год}}$.
4. Тіло $\frac{2}{5}$ шляху рухалося зі швидкістю $2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а потім — зі швидкістю $4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначте середню швидкість руху тіла.
5. Тіло рухається вздовж осі X так, що залежність координати від часу задано рівнянням $x = 6 - 3t + 2t^2$. Визначте середню швидкість руху тіла за інтервал часу 1–4 с.
6. За графіком руху (мал. 19) визначте середню швидкість руху тіла.



Мал. 19

§ 5

Прямолінійний
рівноприскорений рух

Прискорення. У нерівномірному русі швидкість (пам'ятайте, що ми маємо на увазі миттєву швидкість, але слово «миттєва» для спрощення не вживатимемо) у різних точках траєкторії і в різні моменти часу — різна. Тобто швидкість постійно змінюється від точки до точки, від одного моменту часу до наступного.

Під час руху швидкість може змінюватись і дуже стрімко, і порівняно повільно. Очевидно, що для характеристики стрімкості зміни швидкості має існувати певна фізична величина. У фізиці цю величину називають *прискоренням*.

Прискорення \vec{a} — векторна фізична величина, що характеризує стрімкість зміни швидкості руху точки (і за числовим значенням, і за напрямком) і визначається відношенням зміни швидкості тіла до інтервалу часу, протягом якого відбулася ця зміна:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Тут \vec{v}_0 — початкова швидкість руху тіла, \vec{v} — його кінцева швидкість, Δt — інтервал часу, протягом якого відбулася зміна швидкості.

Одиниця прискорення — метр за секунду в квадраті: $1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Рівноприскорений прямолінійний рух. Пригадаймо означення рівноприскореного руху.

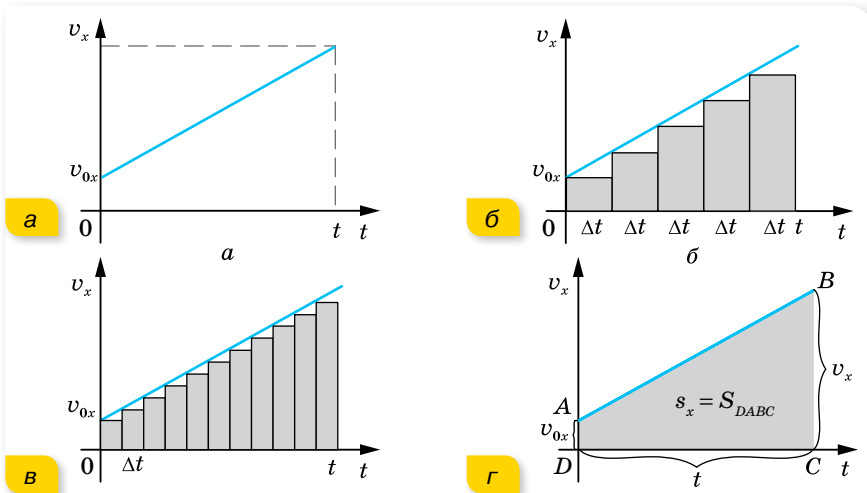
Рух тіла, під час якого за будь-які однакові інтервали часу швидкість руху тіла змінюється однаково, тобто прискорення під час руху тіла залишається весь час сталим за напрямком і числовим значенням ($\vec{a} = \text{const}$), називається **рівноприскореним**.

Прискорення руху визначають, урахувавши векторні властивості цієї фізичної величини. Зокрема, у проекціях на вісь X матимемо такий вираз для прискорення: $a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$. У випадку прискореного руху $a_x > 0$, оскільки швидкість руху збільшується і $v_x - v_{0x} > 0$, отже, вектор прискорення збігається з напрямком руху. Якщо рух сповільнений і швидкість із часом зменшується, $v_x - v_{0x} < 0$, отже, $a_x < 0$ й вектор прискорення спрямований протилежно до напрямку руху.

Швидкість і переміщення рівноприскореного руху. З формул для прискорення легко отримати *кінематичне рівняння швидкості для рівноприскореного руху*: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$, або в проекціях на вибрану вісь X :

$$v_x = v_{0x} + a_x t.$$

Щоб отримати формулу для обчислення переміщення тіла під час рівноприскореного руху, скористаємось графічним методом і покажемо, що переміщення тіла чисельно дорівнює площі фігури під графіком залежності проекції швидкості руху тіла від часу. Побудуємо графік швидкості рівноприскореного руху (мал. 20, а), рівняння якого $v_x = v_{0x} + a_x t$.



Мал. 20. До виведення формули залежності переміщення від часу руху для рівноприскореного руху

Визначимо проекцію s_x переміщення тіла за деякий час t . Для цього розіб'ємо весь час руху тіла на невеликі інтервали часу Δt (мал. 20, б). Вважатимемо, що протягом кожного малого інтервалу часу швидкість руху тіла залишалась незмінною, тобто змодельуємо реальний рівноприскорений рух уявним, під час якого швидкість збільшується не монотонно, а «стрибками». Як відомо, під час руху з постійною швидкістю переміщення тіла чисельно дорівнює площі прямокутника під графіком залежності $v_x(t)$. Тому загальне переміщення під час рівноприскореного руху дорівнюватиме сумі площ смужок завширшки Δt (мал. 20, б), які разом утворюють східчасту фігуру. Якщо зменшити інтервал часу Δt , то переміщення, як і раніше, дорівнюватиме площі східчастої фігури (мал. 20, в). Якщо і далі зменшувати інтервали часу ($\Delta t \rightarrow 0$), то східчаста фігура поступово набуває вигляду трапеції (мал. 20, г), а переміщення s_x дорівнюватиме площі трапеції S_{DABC} , $s_x = S_{DABC}$.

З курсу геометрії відомо, що площа трапеції дорівнює добутку півсуми її основ на висоту, тобто $S_{DABC} = \frac{DA + BC}{2} DC$. У нашому випадку довжина однієї основи — v_{0x} , іншої — v_x , висота трапеції — t . Отримуємо формулу,

яка виражає геометричний зміст переміщення під час рівноприскореного прямолінійного руху: $s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t$.

Зверніть увагу! У випадку нерівномірного руху переміщення визначається через середню швидкість руху, тобто $s_x = v_c t$. Оскільки рівноприскорений рух є окремим випадком нерівномірного, то, порівнявши дві останні формули, дійшли висновку, що *для рівноприскореного руху середня швидкість визначається, як середнє арифметичне*

$$v_c = \frac{v_{0x} + v_x}{2}.$$

Остання формула для середньої швидкості є справедливою тільки у випадку рівноприскореного руху, у разі довільного нерівномірного руху середня швидкість визначається за формулою $\bar{v}_c = \frac{\bar{s}}{t}$.

Підставивши у формулу $s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t$ вираз $v_x = v_{0x} + a_x t$, отримаємо *кінематичне рівняння переміщення* в рівноприскореному русі в проекціях на вибрану вісь:

$$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

У векторній формі кінематичне рівняння рівноприскореного руху має вигляд:

$$\bar{s} = \bar{v}_0 t + \frac{\bar{a} t^2}{2}.$$

Можна вивести й іншу формулу для переміщення.

З виразу $v_x = v_{0x} + a_x t$ визначимо час $t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$ і підставимо його в кінематичне рівняння переміщення: $s_x = v_{0x} \frac{v_x - v_{0x}}{a_x} + \frac{a_x}{2} \left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x} \right)^2$.

Після спрощень отримаємо: $s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$, або $v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x s_x$.

Ці формули дають змогу визначити переміщення тіла, якщо відомі прискорення, початкова і кінцева швидкості руху тіла.

Зверніть увагу! У кожній з отриманих формул: $s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t$, $s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$, $v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x s_x$ — проекції v_x , v_{0x} , a_x можуть бути як додатними, так і від'ємними — залежно від того, як напрямлені вектори \vec{v} , \vec{v}_0 , \vec{a} відносно осі X .

Для прямолінійного руху проекція вектора переміщення визначається за формулою $s_x = x - x_0$, тоді *кінематичне рівняння координати для рівноприскореного руху* таке:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}.$$

Графік проекції прискорення $a_x = a_x(t)$. Оскільки під час рівноприскореного руху прискорення є величиною сталою, то графіком залежності проекції прискорення від часу є пряма, паралельна осі часу (мал. 21).

Якщо $v_0 = 0$, то за площею фігури, обмеженої графіком і перпендикуляром, опущеним на вісь часу, можна визначити швидкість руху тіла в даний момент часу t_1 .

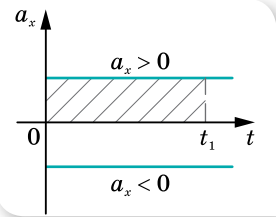
Графік проекції швидкості $v_x = v_x(t)$. Як видно з рівняння $v_x = v_{0x} + a_x t$, залежність проекції швидкості від часу лінійна, тому графіком є пряма (мал. 22). (Порівняйте з відомим вам графіком функції $y = ax + b$.)

Кут нахилу графіка до осі часу визначається числовим значенням прискорення, яке графічно може бути визначено так: $a = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0}$.

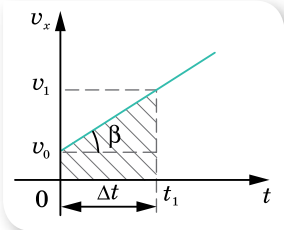
За площею фігури, обмеженої графіком швидкості та перпендикуляром, опущеним на вісь часу, можна визначити довжину пройденого шляху на даний момент часу t_1 . Також, маючи даний графік, можна записати закон руху.

Залежно від проекції прискорення та початкової швидкості руху тіла графік $v_x(t)$ матиме різний вигляд.

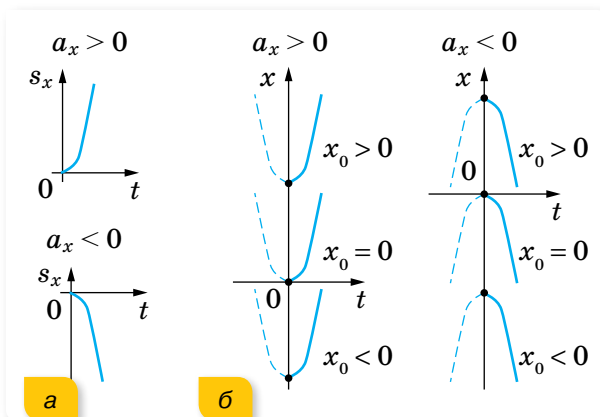
Графіки проекції переміщення $s_x = s_x(t)$ і координати $x = x(t)$. Кінематичні рівняння проекції переміщення $s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ і координати $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ є квадратними рівняннями виду $y = c + bx + ax^2$, де x — аргумент; $a \neq 0$; b і c — сталі величини, тому графіками залежності проекції переміщення й координати від часу є параболи (мал. 23).



Мал. 21. Графік проекції прискорення



Мал. 22. Графік проекції швидкості



Мал. 23. Графіки залежності:
а) $s_x = s_x(t)$; б) $x = f(t)$

За $\frac{a_x}{2} > 0$ гілки параболи спрямовані вгору, за $\frac{a_x}{2} < 0$ — униз. Що меншим є модуль прискорення (a), то далі відходять гілки графіка від осі переміщення або координати.

Вершина параболи міститься в точці з координатами $\left(-\frac{v_{0x}}{2a_x}; -\frac{v_{0x}^2}{4a_x}\right)$.

За допомогою графіків рівноприскореного прямолінійного руху тіла можна розв'язати основну задачу механіки — визначити положення тіла в будь-який момент часу.

Знання кінематичних величин рівноприскореного руху й уміння їх визначати має надзвичайно важливе практичне значення, адже в житті ми всі беремо участь у дорожньому русі.



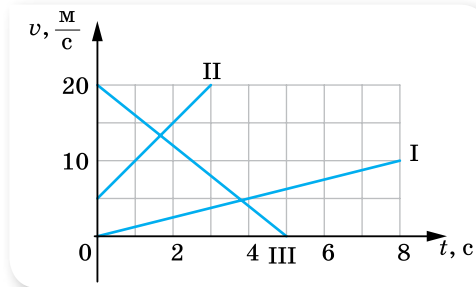
ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗУМІЮ

1. За будь-якого нерівномірного руху змінюється швидкість. Як прискорення характеризує цю зміну?
2. Як спрямовано вектор прискорення при прямолінійному рівнозмінному русі? У якому випадку проекція прискорення має додатне, а в якому — від'ємне значення?
3. У яких випадках графік проекції швидкості рівноприскореного руху здіймається вгору, а в яких — спадає? Який фізичний зміст має перетин графіком проекції швидкості осі часу?
4. Яку форму має графік проекції переміщення? Чим відрізняються графіки проекції переміщення й координати?
5. Розкажіть, як за графіками прискорення, швидкості та переміщення визначити:
 - а) швидкість у будь-який момент часу за графіком прискорення;
 - б) закон руху за графіком швидкості;
 - в) зміну швидкості за графіком переміщення;
 - г) прискорення за графіком швидкості.

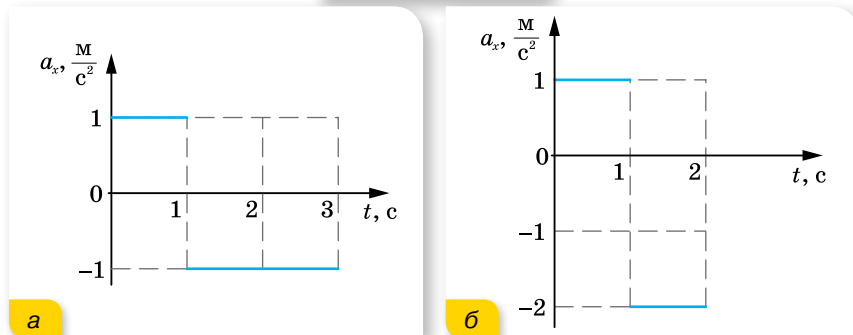
ВПРАВА 5

1. По схилу завдовжки 100 м лижниця з'їхала за 20 с, рухаючись із прискоренням $0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Яку швидкість мала лижниця на початку і в кінці схилу?
2. Кулька, що котиться похилим жолобом зі стану спокою, за першу секунду пройшла 10 см. Який шлях кулька пройде за три секунди?
3. Визначте, у скільки разів швидкість кулі посередині ствола рушниці менша, ніж швидкість її при вильоті зі ствола.
4. Тіло, рухаючись рівноприскорено, протягом четвертої секунди пройшло 35 м. З яким прискоренням рухалось тіло? Яка його швидкість наприкінці четвертої, а також десятої секунд руху? Який шлях пройшло тіло за другу, а також за п'ять секунд? Який шлях пройшло тіло за другу і третю секунди, разом узяті?
5. За час $t = 10$ с тіло пройшло шлях $l = 18$ м, при цьому його швидкість збільшилась у $n = 5$ разів. Вважаючи рух рівноприскореним, визначте прискорення тіла.
6. Тіло починає рух з точки A й рухається спершу рівноприскорено протягом часу t_0 , а потім з тим же за модулем прискоренням — рівносповільнено. Через який час від початку руху тіло повернеться в точку A ?
7. Рухи матеріальних точок задано такими рівняннями: а) $x_1 = 10t + 0,4t^2$; б) $x_2 = 2t - t^2$; в) $x_3 = -4t + 2t^2$; г) $x_4 = -t - 6t^2$ (усі величини задано в СІ). Напишіть залежність

- $v = v(t)$ для кожного випадку, побудуйте графіки цих залежностей, визначте вид руху в кожному випадку.
- Дитина з'їхала на санчатах з гори, що має схил 40 м, за 10 с, а потім проїхала по горизонтальній ділянці ще 20 м і зупинилась. Обчисліть швидкість у кінці схилу, прискорення на кожній ділянці, загальний час руху та середню швидкість на всьому шляху. Накресліть графік швидкості.
 - Велосипедист перші 4 с рухався зі стану спокою з прискоренням $1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, а потім 0,1 хв їхав рівномірно, а останні 20 м до зупинки — рівносповільнено. Обчисліть середню швидкість за весь час руху. Побудуйте графік $v_x(t)$.
 - За наведеними на малюнку 24 графіками напишіть рівняння залежностей $v_x = v_x(t)$ і $x = x(t)$. Вважайте, що в початковий момент ($t = 0$) тіло перебуває в початку координат ($x = 0$). Побудуйте графіки залежності $x = x(t)$ для кожного з тіл.
 - За графіками залежності $a_x(t)$, наведеними на малюнку 25, а і б, побудуйте графіки $v_x(t)$, вважаючи, що в початковий момент часу ($t = 0$) швидкість руху матеріальної точки дорівнює нулю.
 - Рухи двох автомобілів по шосе описуються рівняннями $x_1 = 2t + 0,2t^2$ і $x_2 = 80 - 4t$. Опишіть картину руху; визначте час і місце зустрічі автомобілів; відстань між ними через 5 с; координату першого автомобіля в той момент часу, коли другий перебував у точці початку відліку. Розв'яжіть задачу аналітично та графічно.



Мал. 24



Мал. 25



Експериментуємо

Кулька скочується по жолобу з ухилом 0,3 (ухил — це відношення висоти жолоба до його довжини). Визначте: максимальну швидкість руху кульки; швидкість у середній точці жолоба; прискорення кульки. Дослідіть залежність прискорення руху кульки від кута нахилу жолоба.

§ 6

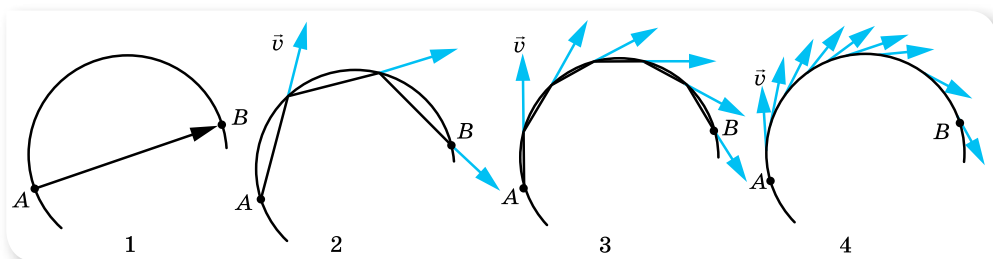
Криволінійний рух. Рівномірний рух по колу

Переміщення і швидкість у криволінійному русі. У рівномірному прямолінійному русі вектор швидкості не змінюється ні за модулем, ні за напрямком $\vec{v} = \text{const}$. У рівноприскореному прямолінійному русі вектор швидкості зберігає напрямок, але змінюється за модулем. Вектори швидкості \vec{v} і переміщення \vec{s} під час прямолінійного руху напрямлені в один бік.

Як напрямлені вектори швидкості \vec{v} і переміщення \vec{s} у криволінійному русі?

Нехай протягом певного інтервалу часу тіло рухається криволінійною траєкторією від точки A до точки B (мал. 26). Пройдений тілом шлях — це довжина дуги $\frown AB$, а переміщення — це вектор, напрямлений уздовж хорди \overline{AB} .

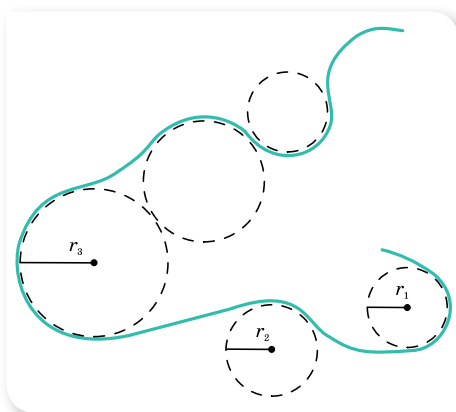
Якщо розглядати рух за коротші інтервали часу, то можна дійти висновку, що *миттєва швидкість тіла в точці траєкторії напрямлена по дотичній до дуги в даній точці*.



Мал. 26. Напрямок миттєвої швидкості тіла під час його криволінійного руху

У тому, що миттєва швидкість напрямлена по дотичній, можна перекоонатися, спостерігаючи, як відлітають частки багнюки від коліс автомобіля, що забуксував.

Миттєва швидкість тіла в різних точках криволінійної траєкторії має різний напрямок. За модулем ця швидкість може бути однаковою в усіх точках, а може й змінюватись. Навіть коли за модулем швидкість не змінюється, її не можна вважати сталою, адже швидкість — величина векторна. А для векторної величини модуль і напрямок однаково важливі. Тому криволінійний рух — це завжди рух із прискоренням. Якщо модуль



Мал. 27. Моделювання траєкторії криволінійного руху

швидкості не змінюється, прискорення криволінійного руху пов'язане зі зміною напрямку швидкості.

Зважаючи на те, що будь-яку криволінійну траєкторію можна розглядати як частину кола певного радіуса, цю особливість криволінійного руху можна використати для моделювання його траєкторії (мал. 27, с. 35).

Основні характеристики рівномірного руху по колу. Обертальний рух досить поширений у природі й техніці (мал. 28) — це обертання коліс, маховиків, лопатей літальних апаратів, Землі навколо своєї осі та ін.

Важливою особливістю обертального руху є те, що всі точки тіла рухаються з однаковим періодом, але їх швидкість може суттєво відрізнятись, бо всі вони рухаються по колах із різним радіусом. Наприклад, при добовому обертанні Землі навколо своєї осі точки, що розташовані на екваторі, рухаються найшвидше, тому що їх рух відбувається по найбільшому радіусу.

Розглянемо випадок *рівномірного руху матеріальної точки по колу*.

Рівномірний рух по колу — це рух зі сталою за модулем швидкістю і з прискоренням, зумовленим зміною напрямку швидкості. Цю швидкість прийнято називати *лінійною швидкістю*.

Нехай тіло рухається по колу радіусом r , і в деякий момент часу, який ми прийемо за початок відліку ($t_0 = 0$), воно перебуває в точці A (мал. 29).

Лінійна швидкість \vec{v}_0 в цій точці напрямлена по дотичній. Через деякий малий інтервал часу t тіло буде в точці B . Вважатимемо, що інтервал часу настільки малий, що дуга $\smile AB$ збігається з хордою AB (на малюнку для наочності точки віддалені). У точці B тіло матиме лінійну швидкість \vec{v} (яка за модулем не змінилась, $v_0 = v$, змінився лише її напрямок). Знайдемо різницю векторів \vec{v}_0 і \vec{v} за правилом віднімання векторів. Для цього



Мал. 28. Використання обертального руху в природі й техніці

перенесемо вектор \vec{v} паралельно самому собі так, щоб він і вектор \vec{v}_0 виходили з точки A . Тоді вектор $\Delta\vec{v}$, проведений від кінця вектора \vec{v}_0 до кінця вектора \vec{v} , є їх різницею.

З малюнка 29 видно, що вектор $\Delta\vec{v}$ напрямлено майже до центра кола. І якщо точки A і B дуже близькі, то вектор $\Delta\vec{v}$ направлено точно до центра кола. Такий напрямок має і прискорення, яке називають доцентровим \vec{a}_d .

Як відомо з курсу геометрії, дотична, проведена в певній точці кола, є перпендикулярною до радіуса, проведеного в цю точку. Отже, вектор доцентрового прискорення \vec{a}_d в кожній точці кола перпендикулярний до вектора лінійної швидкості \vec{v} .

З'ясуємо, від чого залежить модуль доцентрового прискорення. Розглянемо трикутник, утворений векторами \vec{v}_0 , \vec{v} та $\Delta\vec{v}$ (мал. 29). Він рівнобедрений, оскільки рівні модулі $v_0 = v$. Трикутник OAB — також рівнобедрений. Ці трикутники подібні, як рівнобедрені та з рівними кутами при вершині. З подібності трикутників випливає $\frac{\Delta v}{AB} = \frac{v}{r}$.

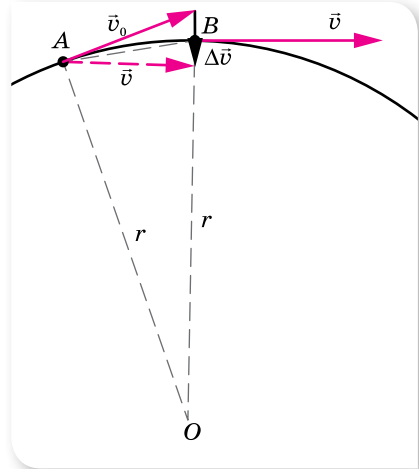
Як згадувалось вище, мала хорда AB збігається з дугою $\smile AB$, довжина якої є пройденим тілом шляхом з постійною за модулем лінійною швидкістю протягом часу t . Отже, $AB = vt$. Тому $\frac{\Delta v}{vt} = \frac{v}{r}$, або $\frac{\Delta v}{t} = \frac{v^2}{r}$. Оскільки $\frac{\Delta v}{t}$ — модуль прискорення, доцентрове прискорення дорівнює $a_d = \frac{v^2}{r}$.

Доцентрове прискорення, a_d — прискорення при рівномірному русі матеріальної точки по колу, яке показує не зміну модуля швидкості (як при прямолінійному русі), а зміну напрямку швидкості. Модуль прискорення залежить від швидкості руху тіла й радіуса відповідного кола $a_d = \frac{v^2}{r}$.

Для довільної криволінійної траєкторії в будь-якій її точці тіло рухається з прискоренням, напрямленим до центра того кола, частиною якого є ділянка, що містить цю точку.

Рівномірний рух по колу характеризується також специфічними кінематичними величинами: кутовим переміщенням, кутовою швидкістю, періодом і частотою.

Період обертання, T — час одного повного оберту точки, що рухається по колу. Одиниця періоду — секунда: 1 с.



Мал. 29. До визначення напрямку прискорення в русі по колу

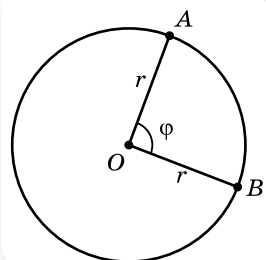
Якщо тіло робить N обертів за час t , то $T = \frac{t}{N}$.

Обертова частота, ν — кількість обертів за одиницю часу: $\nu = \frac{N}{t}$.

Одиниця частоти — оберти за секунду: $1 \frac{1}{c} = c^{-1}$.

Нехай тіло рівномірно рухається по колу радіусом r і за певний час t переміщується з точки A в точку B (мал. 30). Кут φ , який при цьому описує радіус, називається *кутом повороту*, або *кутовим переміщенням*.

Одиницею кутового переміщення є радіан: 1 рад.



Мал. 30. Кутове переміщення

МАТЕМАТИЧНА ДОВІДКА

Кут 1 рад дорівнює центральному куту між двома радіусами, довжина дуги якого дорівнює радіусу.

Кут φ в радіанах і цей самий кут у градусах зв'язані співвідношенням $\varphi = \frac{\varphi^\circ \pi}{180^\circ}$. За один оберт тіло здійснює кутове переміщення 2π рад.

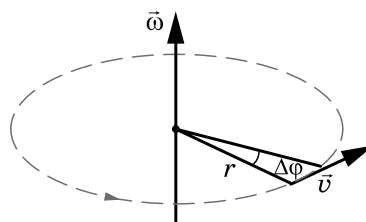
Кутове переміщення — *аксіальний вектор* $\Delta\vec{\varphi}$. Аксіальні вектори використовують для опису обертального руху. Вони напрямлені вздовж осі обертання.

Кутова швидкість ($\vec{\omega}$) точки, що рівномірно рухається по колу, визначається відношенням кутового переміщення до інтервалу часу, протягом якого це переміщення відбулося: $\vec{\omega} = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}$.

Одиниця кутової швидкості — радіан за секунду: $1 \frac{\text{рад}}{c}$.

Кутова швидкість — векторна величина. Вектор $\vec{\omega}$ напрямлений уздовж осі обертання, причому так, що напрямок обертання та напрямок $\vec{\omega}$ утворюють правоївинтову систему (мал. 31): якщо дивитись услід вектору $\vec{\omega}$, то обертання відбувається за годинниковою стрілкою.

Оскільки кутове переміщення за один період руху дорівнює 2π рад, кутова швидкість може бути визначена через період і частоту обертання, $\omega = 2\pi\nu$ або $\omega = \frac{2\pi}{T}$.



Мал. 31. Визначення напрямку вектора кутової швидкості

Для рівномірного руху по колу кутова швидкість є сталою величиною $\omega = \text{const}$.

За період T тіло проходить шлях, що дорівнює довжині кола $l = 2\pi r$, тоді модуль лінійної швидкості визначається як $v = \frac{2\pi r}{T}$ або $v = 2\pi r \cdot \nu$.

Одиниця лінійної швидкості — метр за секунду $\left(1 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$.

Очевидним є зв'язок між лінійною та кутовою швидкостями: $v = \omega r$.

Ураховуючи зв'язок лінійної та кутової швидкостей, доцентрове прискорення можна виразити і так: $a_d = \omega^2 r$.

Зверніть увагу! Як видно з формул, доцентрове прискорення в одному випадку прямо пропорційно залежить від радіуса, а в іншому — обернено пропорційно. Цей парадоксальний, на перший погляд, висновок відображає той факт, що якщо в тіл, які рухаються по колу, однакові лінійні швидкості, то доцентрове прискорення є більшим у того з них, яке рухається по колу меншого радіуса; якщо однакові їх кутові швидкості, то доцентрове прискорення більше там, де більший радіус.

Головною особливістю рівномірного руху по колу є те, що відбуваються періодичні повторення положення тіла та відповідні періодичні зміни величин, що характеризують рух. З подібними періодичними змінами величин ми ще зустрінемось, вивчаючи *коливання*.

Таким чином, за аналогією з кінематикою поступального руху, можна побудувати кінематику обертального руху. Рівняння обертального руху — встановлює залежність вектора кутového переміщення від часу: $\vec{\varphi} = \vec{\varphi}(t)$.

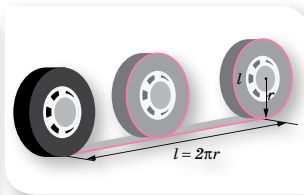


Цікаво знати

Дорожнє колесо — це, мабуть, одне з перших вимірювальних пристосувань, відомих людству. Важко сказати, коли саме для вимірювання відстані стали застосовувати дорожнє колесо, однак і сьогодні, незважаючи на розвиток сучасних технологій, дорожнє колесо користується великим попитом (мал. 32).



Мал. 32.
Дорожнє колесо



Мал. 33. Принцип дії показчиків шляху та спідометри

Діаметр колеса становить 31,83 см, тоді, здійснивши один оберт, дорожнє коло проходить шлях 1 м.

Дорожні колеса застосовують для вимірювання відстаней у таких місцях, де традиційні вимірювальні прилади не справляються зі своїм завданням.

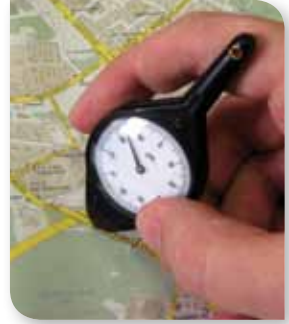
На підрахунок кількості обертів коліс відомого радіуса (діаметра) ґрунтується принцип дії показчиків шляху (одометрів), вмонтованих у спідометри автомобілів, велосипедів, мотоциклів (мал. 33, с. 39).

Для вимірювання відстаней на мапах і планах застосовують курвіметри (від лат. «*curvus*» — кривий і метр) (мал. 34).

Знизу курвіметра міститься зубчате коліщатко, яким прокочують по лінії, тримаючи прилад перпендикулярно до площини мапи. Обертання коліщатка передається через зубчату передачу лічильному механізмові, що показує виміряну довжину дуги. Далі з використанням масштабу мапи визначають пройдено відстань.

Що вам нагадає зображення на малюнку 35? Такий вигляд мала перша «комп'ютерна миша». Своім народженням цей прилад також може завдячувати курвіметру.

На особливу увагу заслуговує приклад криволінійного руху тіла, траєкторією якого є еліпс. Саме еліптичними є орбіти планет нашої Сонячної системи.



Мал. 34.
Курвіметр



Мал. 35. Перша
комп'ютерна миша



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗУМІЮ

1. Чим відрізняються зміни швидкості прямолінійного і криволінійного рухів?
2. Чи можна вважати рівномірний рух по колу рівноприскореним?
3. Якщо в русі по колу змінюватиметься і модуль швидкості, як це впливатиме на прискорення?
4. Якими специфічними кінематичними величинами характеризується рух по колу?



Приклади розв'язування задач

Задача 1. Як відомо, період добового обертання Землі становить 24 год. З якою кутовою та лінійною швидкостями рухаються точки поверхні Землі, розташовані на екваторі? Радіус Землі 6400 км.

Дано:

$$T = 24 \text{ год} = 86\,400 \text{ с}$$

$$R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$$

 ω — ? v — ?**Розв'язання:**

Вважатимемо обертання Землі рівномірним.

Кутову швидкість визначаємо за формулою $\omega = \frac{2\pi}{T}$,

$$\omega = \frac{2 \cdot 3,14}{86400 \text{ с}} = 0,000073 \frac{\text{рад}}{\text{с}} = 7,3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$\text{Лінійна швидкість } v = \omega r, v = 7,3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{рад}}{\text{с}} \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ м} = 470 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\text{Відповідь: } \omega = 7,3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{рад}}{\text{с}}; v = 470 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Задача 2. Дитина їде на велосипеді по доріжці зі швидкістю $10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Скільки обертів за секунду роблять колеса велосипеда, якщо вони не ковзають? Яке доцентрове прискорення мають точки на ободі колеса, якщо його радіус 35 см?

Дано:

$$v = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$r = 0,35 \text{ м}$$

 v — ? a_d — ?**Розв'язання:**Колесо велосипеда бере участь одночасно у двох рухах: поступальному зі швидкістю \vec{v}' та обертальному з лінійною швидкістю \vec{v} . Напрямки цих швидкостей показано на малюнку 36. Напрямок вектора швидкості поступального руху збігається з напрямком руху велосипеда, тому в усіх точок колеса

він однаковий (червоні стрілки на малюнку), вектор лінійної швидкості різних точок колеса напрямлений по дотичній, проведений у цій точці.

Оскільки колесо рухається без проковзування, то точка А, що стикається в даний момент із дорогою, має швидкість, що дорівнює нулю. Звідси випливає, що швидкість поступального руху за модулем дорівнює лінійній швидкості.

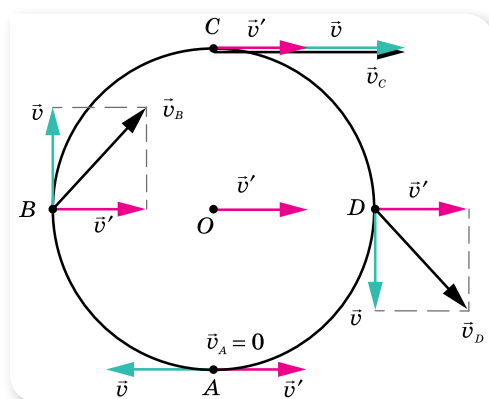
Таким чином, значення швидкості з умови задачі ми можемо використовувати для знаходження

$$\text{доцентрового прискорення: } a_d = \frac{v^2}{r}, a_d = \frac{100 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{0,35 \text{ м}} = 285 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Кількість обертів, що робить за секунду колесо (тобто частоту обертання),

$$\text{визначаємо за формулою } v = 2\pi r \nu, \nu = \frac{v}{2\pi r}, \nu = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{6,28 \cdot 0,35 \text{ м}} = 4,55 \frac{1}{\text{с}}$$

$$\text{Відповідь: } a_d = 285 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \nu = 4,55 \frac{1}{\text{с}}$$



Мал. 36. Поступальний та обертальний рухи колеса

ВПРАВА 6

1. За який час колесо, що має кутову швидкість $4\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, зробить 100 обертів?
2. Якщо радіус колової орбіти штучного супутника Землі збільшити в 4 рази, то його період обертання збільшиться у 8 разів. У скільки разів зміниться швидкість руху супутника по орбіті?
3. Хвилинна стрілка годинника у три рази довша за секундну. Обчисліть співвідношення лінійних швидкостей кінців стрілок.
4. Обчисліть доцентрове прискорення точок колеса автомобіля, які дотикаються до дороги, якщо автомобіль рухається зі швидкістю $72 \frac{\text{км}}{\text{год}}$ і при цьому частота обертання колеса становить 8 с^{-1} .
5. Дві матеріальні точки рухаються по колах радіусами R_1 і R_2 , причому $R_1 = 2R_2$. Порівняйте їх доцентрові прискорення у випадках: а) коли їх лінійні швидкості однакові; б) коли їх періоди однакові.



Експериментуємо

Визначте середнє значення періоду обертання кульки, що скочується по похилому жолобу.



Перевірте себе (§ 1–6)

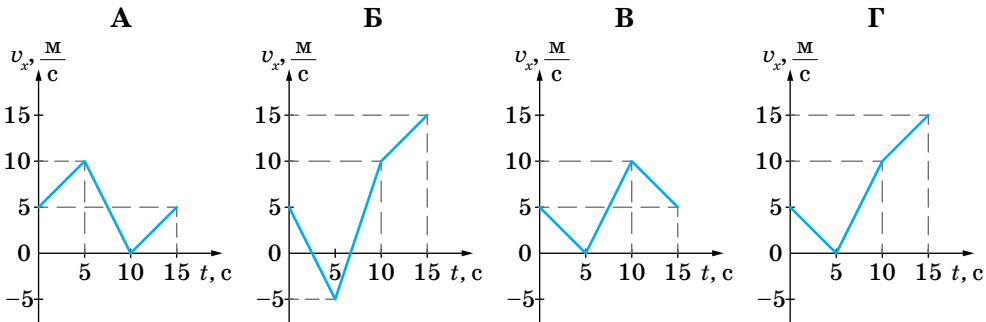
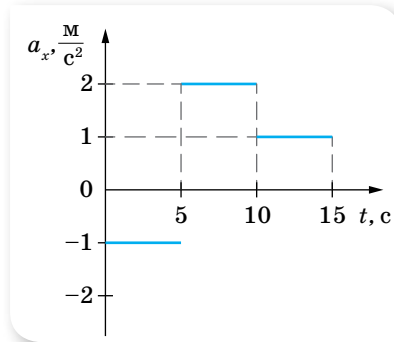


1. Автомобіль першу половину шляху рухався зі сталою швидкістю $30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а другу — зі швидкістю $20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначте середню швидкість руху автомобіля на всьому шляху.

<p>А $22 \frac{\text{м}}{\text{с}}$</p> <p>Б $24 \frac{\text{м}}{\text{с}}$</p>	<p>В $25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$</p> <p>Г $27 \frac{\text{м}}{\text{с}}$</p>
---	---
2. Тіло, що мало швидкість $10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, через деякий час зупинилося. Якою була його швидкість посередині гальмівного шляху?

<p>А $2\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$</p> <p>Б $3\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$</p>	<p>В $\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$</p> <p>Г $\frac{5}{\sqrt{2}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$</p>
---	---

3. Для прямолінійного руху за графіком залежності проекції прискорення тіла від часу визначте графік залежності проекції швидкості цього тіла від часу.



4. Два однакові диски обертаються навколо своїх осей. Точки на краю першого диска мають в 4 рази менше доцентрове прискорення, ніж точки на краю другого диска. Визначте відношення періоду обертання першого диска до періоду обертання другого диска.

- А 4
 Б 2
 В $\frac{1}{2}$
 Г 16

5. Тіло, що рухається прямолінійно рівноприскорено, за перші 2 с спостереження пройшло 180 м, за другі — 168 м у тому самому напрямку, за треті 2 с — 156 м і т. д. Визначте прискорення тіла.
6. Визначте радіус колеса, якщо під час його обертання лінійна швидкість точки на ободі дорівнює $6 \frac{M}{c}$, а швидкість точки, що лежить ближче до осі обертання на 15 см, дорівнює $5,5 \frac{M}{c}$.



Ментальна карта

I закон Ньютона — існують такі системи відліку, відносно яких матеріальна точка зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, якщо на неї не діють інші тіла або дія зовнішніх тіл скомпенсована.

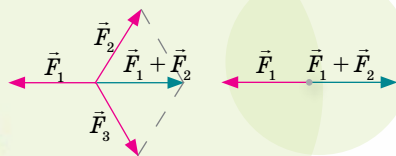
$$m \quad \vec{v} \quad \vec{v} = \text{const} \text{ при } \vec{F} = 0$$

Закони Ньютона

Характеристики сили

- Числове значення (модуль)
- Напрямок
- Точка прикладання

Рівнодійна сила



Одиниця сили в СІ — **ньютон**, $[F] = \text{H}$

Сила F — векторна фізична величина, яка є мірою дії на тіло інших тіл, унаслідок чого тіло набуває прискорення або змінює форму та розміри.

СИЛИ В МЕХАНІЦІ

Маса — це фізична величина, яка кількісно характеризує інертність тіла.

Інертність — це властивість тіла зберігати свій стан руху.

Закон інерції

Закон інерції — якщо на тіло не діють інші тіла (або дія тіл скомпенсована), то воно перебуває у стані спокою або прямолінійного рівномірного руху.

Моменти сили
 $M = F \cdot d$

Похила площина

Прості механізми

Сила тертя
 $F_{\text{тер}} = \mu \cdot N$



Сила тертя ковзання

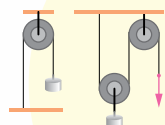
Сила тертя кочення

Сила тертя спокою

Правило рівноваги важеля

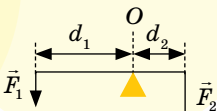
$$F_1 d_1 = F_2 d_2 \text{ або } \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

Сила опору середовища



Блок

Важіль



II закон Ньютона — в інерціальній системі відліку прискорення, якого набуває тіло масою m під дією сили, прямо пропорційне силі, обернено пропорційне масі тіла й має той самий напрямок, що й прикладена сила.

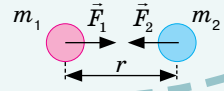
$$m \vec{a} = \vec{F}$$



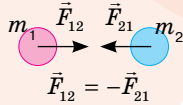
Ісаак Ньютон

Сила всесвітнього тяжіння

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



III закон Ньютона — в інерціальній системі відліку сили, з якими взаємодіючі тіла діють одне на одне, напрямлені вздовж однієї прямої, рівні за модулем та протилежні за напрямком.



G — гравітаційна стала

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

g — прискорення вільного падіння

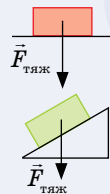
$$g = 9,81 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

Природа сил

Електромагнітна

Гравітаційна

Сила тяжіння
 $\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g}$



при $\vec{v} = \text{const}$
 $P = mg$

при $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{g}$
 $P = m(g + a)$

при $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{g}$
 $P = m(g - a)$

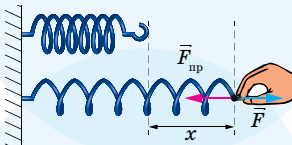
при $\vec{a} \rightarrow \vec{g}$
невагомість

Вага тіла

Роберт Гук

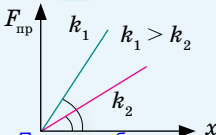


Сила пружності
 $F_{\text{пр}} = -k\Delta l$



Знак «-» вказує, що сила пружності протилежна до напрямку видовження.

Коефіцієнт пружності



Види деформацій

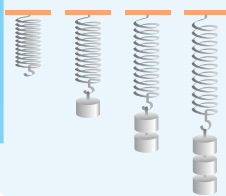
Зсув

Стиск

Розтяг

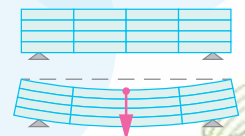
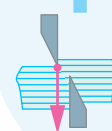
Кручення

Залежність сили від деформацій



Зріз

Згин



§ 7 Закони Ньютона

Закони Ньютона — фундаментальні закони класичної механіки. Закони Ньютона утворюють єдину систему, що пояснює закономірності механічного руху. Перший закон описує стан тіла, коли на нього не діють інші тіла або дія інших тіл скомпенсована. Другий закон Ньютона пояснює, що відбудеться з тілом у результаті взаємодії з іншими тілами. Третій — про те, що відбувається з другим взаємодіючим тілом. Усі закони виконуються в інерціальних системах відліку.

Закони Ньютона разом із законом всесвітнього тяжіння (також встановленим Ньютоном) й апаратом математичного аналізу вперше у свій час надали загальне й кількісне пояснення широкому спектру фізичних явищ, починаючи з особливостей руху маятника й закінчуючи орбітами Місяця та планет.

Закон збереження імпульсу, який Ньютон вивів як наслідок своїх другого та третього законів, також став першим з відомих законів збереження.

Закони Ньютона дають змогу *розв'язати основну задачу механіки*, оскільки якщо відомі сили, прикладені до тіла, можна визначити його прискорення в будь-який момент часу, у будь-якій точці траєкторії. І навпаки, якщо відомо положення тіла в будь-який момент часу, то закони Ньютона дають змогу визначити рівнодійну сил, що діють на тіло.

Інерціальна система відліку. Рух і взаємодію тіл розглядають відносно якогось іншого об'єкта — інших тіл, спостерігача, або за допомогою набору просторово-часових координат. І опис руху багато в чому залежить від обраної системи відліку. Але завжди можна обрати таку систему відліку, у якій тіло рухається рівномірно й прямолінійно, коли сили, що діють на нього, компенсують одна одну, тобто їх рівнодійна дорівнює нулю.

Інерціальна система відліку (ІСВ) — система відліку, відносно якої тіло зберігає швидкість свого руху сталою, якщо на нього не діють інші тіла і поля або якщо їхні дії скомпенсовані.

Будь-яка система відліку, що рухається відносно інерціальної системи відліку поступально, рівномірно і прямолінійно, — також є інерціальною системою. Системи відліку, які рухаються відносно інерціальних систем із прискоренням (поступально чи обертально) є *неінерціальними*.

Суттєвим є те, що в інерціальних системах відліку, наприклад в автобусі на зупинці, для збереження спокою не потрібно прикладати жодних зусиль, а в неінерціальній системі відліку, наприклад в автобусі в момент різкого гальмування, людям для цього доводиться напружувати м'язи, тримаючись за поручень. Можна дати і таке визначення інерціальної системи відліку — це система відліку, у якій прискорення тіла зумовлене тільки дією на нього сил.

Ньютон, розглядаючи інерціальну систему відліку, так і не зміг вказати тіло, яке було б для неї тілом відліку. Навколишні тіла рухаються прискорено. Так, дім обертається навколо осі Землі, а разом з нею — навколо Сонця. Отже, системи відліку, пов'язані з навколишніми тілами, неінерціальні, але їх прискорення здебільшого дуже малі. Прискорення автобуса становить близько $1 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$, великого корабля — кілька $\frac{\text{СМ}}{\text{с}^2}$, Землі — $6 \frac{\text{ММ}}{\text{с}^2}$, Сонця — близько $10^{-8} \frac{\text{СМ}}{\text{с}^2}$. Як бачимо, що більшою є маса тіла відліку, то менше його прискорення. Очевидно, що найбільшу масу з тіл, що нас оточують, має Сонце, тому пов'язана з ним система відліку є майже інерціальною. У цій ІСВ початок відліку координат суміщають із центром Сонця, а координатні вісі проводять у напрямку до зір, які можна вважати нерухомими. Для опису багатьох механічних явищ у земних умовах інерціальну систему відліку пов'язують із Землею, при цьому нехтують обертальними рухами Землі навколо своєї осі та навколо Сонця.

Закони Ньютона. Сформулюємо *перший закон Ньютона*:

існують такі системи відліку, відносно яких матеріальна точка зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, якщо на неї не діють інші тіла або дія зовнішніх тіл скомпенсована.

Співвідношення між масою тіла, його прискоренням і діючою силою є змістом *другого закону Ньютона*:

в інерціальній системі відліку прискорення \vec{a} , якого набуває тіло масою m під дією сили \vec{F} , прямо пропорційне силі, обернено пропорційне масі тіла і має той самий напрямок, що й прикладена сила:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Якщо на тіло одночасно діє кілька сил, то результуюче прискорення

визначається рівнодією сил: $\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{m}$.

З другого закону Ньютона випливає, що у випадку, коли рівнодія сил дорівнює нулю, прискорення тіла дорівнює нулю. Те ж саме для цього випадку стверджує і перший закон Ньютона.

Для багатьох практичних завдань зручним для використання є запис другого закону Ньютона в такій математичній формі: $\vec{F} = m\vec{a}$.

Із цієї формули встановлюють одиницю сили. За одиницю сили в СІ взято таку силу, яка тілу масою 1 кг надає прискорення $1 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$. Таким чином, 1 Н можна визначити через основні одиниці СІ: $1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot 1 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$.

Зазначимо, що математична форма запису другого закону Ньютона у вигляді $\vec{F} = m\vec{a}$ є дещо відмінною від тієї, як її записав сам Ньютон, але це не змінює суті закону.

Другий закон Ньютона узагальнює надзвичайно важливий факт: *дія сил не спричиняє самого руху, а лише змінює його, адже дія сили спричиняє зміну швидкості, тобто прискорення, а не саму швидкість.*

Третій закон Ньютона відображає той факт, що у природі немає і не може бути односторонньої дії одного тіла на інше, а існує лише взаємодія:

в інерціальній системі відліку сили, з якими взаємодіючі тіла діють одне на одне, направлені вздовж однієї прямої, рівні за модулем і протилежні за напрямком.

Третій закон Ньютона формулюють ще й так: *у дії завжди є протидія.*

Сили дії та протидії завжди існують разом, парами. Досліди показують, що сили будь-якої природи (гравітаційні, електромагнітні) під час взаємодії тіл виникають попарно, мають протилежні напрямки, однакові за модулем. Природа обох сил під час взаємодії однакова.

Зверніть увагу! Сили взаємодії хоч і однакові за величиною та протилежно направлені, але не врівноважують одна одну, оскільки прикладені до різних тіл (мал. 37).



Мал. 37. Сили дії та протидії

Межі застосовності законів Ньютона. Закони механіки Ньютона (її ще називають класичною механікою) встановлені для тіл, що нас оточують, так званих макроскопічних тіл, тобто тіл, що складаються з величезної кількості молекул і атомів. Для руху частинок мікросвіту закони Ньютона можна застосовувати лише в деяких випадках.

Закони механіки Ньютона встановлені для тіл, що рухаються порівняно з *невеликими швидкостями*, які набагато менші від швидкості світла. Рух, що відбувається зі швидкістю v , набагато меншою від швидкості світла c у вакуумі $\left(v \ll c, \text{ де } c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$, називають *нерелятивістським*.

Закони механіки, сформульовані Ньютоном, — незмінні в усіх інерціальних системах відліку. Незмінними є час, маса тіла, прискорення та сила. Траєкторія, швидкість і переміщення різні в різних інерціальних системах відліку.

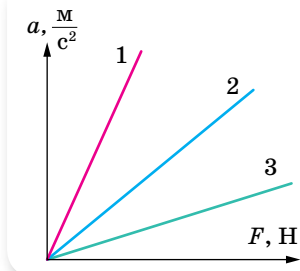


ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗУМІЮ

1. Які системи відліку називаються інерціальними; неінерціальними?
2. Яким чином можна довести, що система відліку є інерціальною?
3. Як формулюються закони Ньютона? Чи можна з формули $\vec{F} = m\vec{a}$ зробити висновок, що сила, яка діє на тіло, залежить від його маси та прискорення?
4. Які висновки можна зробити із законів Ньютона?
5. Чи можна стверджувати, що дія одного тіла на інше є причиною його руху?
6. Застосовуючи закони Ньютона, опишіть рух ноги під час виконання одного кроку.
7. Як, застосовуючи закони Ньютона, пояснити сильну втому, якщо на руці (або носі) накладено гіпс?
8. Якщо прискорення тіла дорівнює нулю, то чи означає це, що на тіло не діє сила?
9. Чому на початку руху ви сильніше натискаєте на педалі велосипеда, ніж під час подальшого руху?

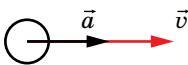
ВПРАВА 7

1. За приблизними даними серце ссавців при кожному скороченні прискорює 20 г крові від $0,25 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ до $0,35 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ за $0,1 \text{ с}$. Якою є сила серцевого м'яза?
2. Під час автомобільної аварії людина має реальні шанси вижити, якщо гальмівне прискорення автомобіля не перевищує $30g$. Визначте силу, що діє на людину масою 70 кг і створює таке прискорення. Яку відстань пройде автомобіль до повної зупинки, якщо гальмування почалось за швидкості $80 \frac{\text{км}}{\text{год}}$?
3. Визначте середню силу м'язів, що прикладає спортсмен, штовхаючи ядро масою 7 кг , якщо ядро прискорюється на шляху $2,9 \text{ м}$, а надана йому початкова швидкість дорівнює $13 \frac{\text{М}}{\text{с}}$.
4. За графіками залежності прискорень тіл від прикладених до них сил (мал. 38) порівняйте їхні маси.
5. На малюнку 39, \vec{a} –г вказано напрямки векторів прискорення та швидкості тіл. Для кожного випадку вкажіть напрямок рівнодійної сил, що діють на тіло. Відповідь обґрунтуйте.



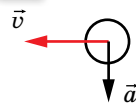
Мал. 38

а



Мал. 39

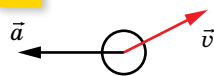
б



в



г



6. Визначте модуль рівнодійної сил, що діє на тіло масою 8 кг , рух якого описується рівнянням $x = 2 + 3t + 4t^2$.

§ 8 Закон всесвітнього тяжіння

Закон всесвітнього тяжіння. Аналізуючи закони руху планет і закони вільного падіння тіл на Землі, Ісаак Ньютон дійшов висновку, що сили притягання мають існувати не лише на Землі, а й у космосі, що притягання тіл є властивістю матерії. На жаль, Ньютон не залишив письмових підтверджень того, яким чином він установив закон всесвітнього тяжіння. Відомо лише (зі слів самого Ньютона), що важливу роль у цьому відіграв факт падіння яблука та рух Місяця навколо Землі.

Для тіл масами m_1 і m_2 **закон всесвітнього тяжіння** формулюється так:

два тіла (матеріальні точки) притягуються одне до одного із силою, прямо пропорційною добутку їх мас й обернено пропорційною квадрату відстані між ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

тут r — відстань між центрами тіл (матеріальними точками); G — гравітаційна стала.

Цей закон є основою *класичної нерелятивістської теорії гравітації*. Закон всесвітнього тяжіння *виконується*:

- ▶ для тіл, лінійні розміри яких набагато менші ніж відстань між ними (для матеріальних точок);
- ▶ для однорідних куль, наприклад, системи Земля—Місяць; або для однорідної кулі й точкового тіла, наприклад, для обертання штучного супутника навколо Землі.

Гравітаційну сталу G було визначено за допомогою експериментів. Уперше це зробив англійський учений Генрі Кавендіш за допомогою крутильного динамометра (крутильних терезів). У СІ гравітаційна стала має

значення $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

Отже, два тіла масою 1 кг кожне, центри яких розміщені на відстані 1 м один від одного, взаємно притягуються гравітаційною силою, що дорівнює $6,67 \cdot 10^{-11}$ Н.

Гравітаційне поле та гравітаційна сила. Як ми з'ясували, однією з механічних властивостей матеріальних тіл є властивість взаємного притягання. Але як відбувається взаємне притягання тіл, або, як кажуть, гравітаційна взаємодія?

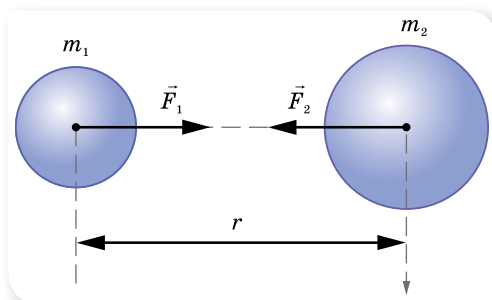
Гравітаційна взаємодія між тілами не залежить від середовища, у якому перебувають тіла, а здійснюється через *гравітаційне поле* (поле тяжіння).

Кожне тіло є джерелом гравітаційного поля. Що більшою є маса тіла, то сильніше його гравітаційне поле. Гравітаційне поле неоднорідне — воно сильніше біля поверхні тіла і слабшає з віддаленням від нього.

Гравітаційне поле, на відміну від електричного, яке існує тільки навколо електрично заряджених тіл, і магнітного, яке існує навколо рухомих електрично заряджених тіл, існує навколо всіх без винятку тіл.

У кожній точці гравітаційного поля на вміщене туди тіло діє сила притягання (*гравітаційна сила* або *сила гравітації*), пропорційна масі цього тіла.

Гравітаційні сили, які діють на кожне з двох взаємодіючих тіл, однакові за величиною і протилежні за напрямком — у повній відповідності з третім законом Ньютона (мал. 40). Вони напрямлені вздовж прямої, яка з'єднує центри мас тіл (сили, що відповідають таким умовам, називають *центральними силами*).



Мал. 40. Напрямок сил гравітаційної взаємодії

Зверніть увагу! Розглянуте поняття гравітації стосується випадку взаємодії тіл, що рухаються з нерелятивістськими швидкостями. У випадку сильних змінних гравітаційних полів і релятивістських швидкостей гравітаційна взаємодія описується загальною теорією відносності Альберта Ейнштейна.

Сила тяжіння. Земля оточена її гравітаційним полем, яке називають *полем тяжіння Землі*.

Згідно із законом всесвітнього тяжіння модуль сили тяжіння $F_{\text{тяж}}$, яка діє на будь-яке тіло масою m поблизу Землі (на відстані h від її поверхні),

можна обчислити за формулою:
$$F_{\text{тяж}} = G \frac{M_3 m}{(R_3 + h)^2}.$$

Сила тяжіння, що діє на тіло, напрямлена вертикально вниз і прикладена до точки, яку називають центром тяжіння тіла.

Зверніть увагу! *Центр тяжіння* — це зв'язана з твердим тілом точка, через яку проходить рівнодійна сил тяжіння, що діють на всі частини тіла (при будь-якому положенні тіла в просторі).

Центр маси — це точка, через яку повинен проходити напрямок дії сили, що надає тілу прискореного поступального руху.

Для тіл, розміри яких значно менші ніж розміри земної кулі, центр маси практично збігається із центром тяжіння (детальніше про це поняття — у § 11).

Прискорення вільного падіння. Якщо на тіло масою m діє тільки сила тяжіння, то це тіло вільно падає, рухаючись із прискоренням вільного падіння g . Згідно з другим законом Ньютона $\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g}$. Прирівнюючи

дві формули $F_{\text{тяж}} = G \frac{M_3 m}{(R_3 + h)^2}$ і $F_{\text{тяж}} = mg$, отримаємо формулу для обчислення прискорення вільного падіння:

$$g = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2}.$$

Прискорення вільного падіння залежить від географічної широти. Земна куля дещо сплюснута: її полярний радіус менший від екваторіального приблизно на 21,5 км, тому і значення прискорення вільного падіння відрізняється на полюсах та екваторі: так, на полюсі $g = 9,83 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$, а на екваторі

$g = 9,78 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$. Однак ця залежність менш суттєва порівняно із залежністю від добового обертання Землі.

Оскільки Земля обертається навколо своєї осі, то вона не є інерціальною системою. Якщо пов'язати систему відліку з географічним полюсом Землі, що є нерухомим відносно осі обертання, то другий закон Ньютона для будь-якої точки на поверхні Землі матиме вигляд:

$F_{\text{тяж}} = mg + ma_{\text{д}}$. Звідки

$$g = \frac{F_{\text{тяж}} - ma_{\text{д}}}{m}.$$

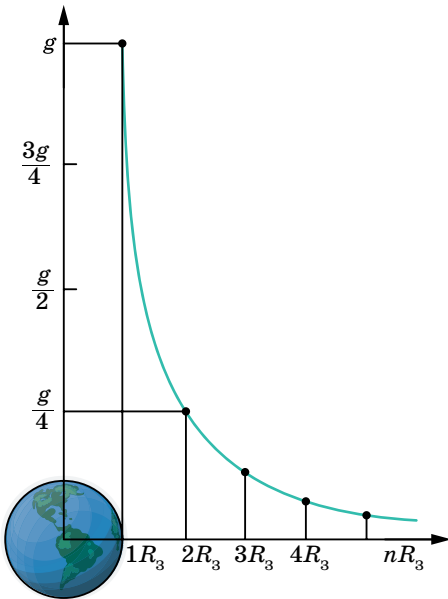
А, як відомо, доцентрове прискорення $a_{\text{д}} = \frac{v^2}{r}$, де r — найкоротша відстань від точки на поверхні Землі до осі обертання.

Розрахунки показують, що через сплюснутість Землі значення прискорення вільного падіння на екваторі менше від його значення на полюсі на 0,18 %, а через добове обертання — на 0,34 %.

Прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла (цей факт був доведений Галілео Галілеєм).

Прискорення вільного падіння змінюється з висотою. На малюнку 41 зображено залежність прискорення вільного падіння від відстані до центра Землі, вираженої в земних радіусах. З малюнка та формули

$g = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2}$ видно, що на



Мал. 41. Залежність прискорення вільного падіння від відстані до центра Землі, вираженої в земних радіусах

відстані $4R_3$ у 25 разів зменшується g . Залежність прискорення вільного падіння від висоти є свідченням того, що гравітаційне поле Землі є *потенціальним*.

На значення прискорення вільного падіння також впливають родовища, що містяться в надрах Землі. Поблизу родовищ залізної та інших важких руд g більше, над родовищами газу — менше.

Практично, якщо рух у полі тяжіння Землі відбувається на висоті в кількасот метрів ($h \ll R_3$), значення g можна вважати постійним

$$g = G \frac{M_3}{R_3^2}.$$



ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗУМІЮ

1. Як формулюють закон всесвітнього тяжіння? Який фізичний зміст гравітаційної сталої?
2. Який вид взаємодії тіл описується законом всесвітнього тяжіння? Як здійснюється ця взаємодія?
3. Що таке сила тяжіння? За якою формулою визначають модуль сили тяжіння? Куди прикладена і як напрямлена сила тяжіння, що діє на довільне тіло?
4. Від чого залежить прискорення вільного падіння? Чи залежить прискорення вільного падіння тіла від його маси?

ВПРАВА 8

1. Яке прискорення вільного падіння на висоті, що дорівнює половині радіуса Землі?
2. Радіус планети Марс становить 0,53 радіуса Землі, а маса — 0,11 маси Землі. Визначте прискорення вільного падіння на Марсі.
3. Середня відстань між центрами Землі та Місяця дорівнює 60 земним радіусам, а маса Місяця у 81 раз менша від маси Землі. У якій точці на прямій, що з'єднає їх центри, тіло притягуватиметься до Землі й до Місяця з однаковими силами?
4. Середня густина Венери $\rho = 4900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, а радіус планети $R = 6200$ км. Визначте прискорення вільного падіння на поверхню Венери.
5. Знаючи радіус Землі, прискорення вільного падіння, визначте середню густину Землі. Порівняйте отримане значення з густиною поверхневих шарів Землі $\left(2,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)$, зробіть висновок про густину надр планети.
6. На якій висоті над поверхнею Землі сила тяжіння зменшується на 10 %? Радіус Землі $R = 6,37 \cdot 10^6$ м.

§ 9 Рух у полі земного тяжіння

Рух тіла у вертикальному напрямку. Рухи, що відбуваються поблизу поверхні Землі під дією сили тяжіння, поділяються на вільне падіння, рух тіла, кинутого вертикально вгору/вниз або під кутом до горизонту та горизонтально з певної висоти. Розділ механіки, що досліджує рух тіл у полі тяжіння Землі, називають *балістикою*, а сам рух — *балістичним*.

Рух тіла у вертикальному напрямку описується рівняннями рівноприскореного руху: $\vec{h} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g} t^2}{2}$, $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g} t$, де \vec{h} — переміщення по вертикалі, \vec{v}_0 , \vec{v} — швидкість на початку і в кінці руху, \vec{g} — прискорення вільного падіння.

Рух тіла, кинутого вертикально вгору до максимальної висоти підйому, є рівносповільненим, потім униз — рівноприскореним, без початкової швидкості. Час підйому дорівнює часу падіння.

З певної висоти тіло можуть кидати вниз, надаючи йому деякої початкової швидкості, а можуть відпускати — тоді тіло падає без початкової швидкості ($v_0 = 0$) (вільне падіння).

Рух тіла, кинутого під кутом α до горизонту. Рух тіла, кинутого під кутом α до горизонту, можна розглядати як результат додавання двох незалежних рухів: *рівномірного прямолінійного вздовж осі X і рівнозмінного вздовж осі Y*. Із цього випливає, що проекція швидкості v_x (мал. 42) весь час залишається постійною: $v_{0x} = v_x = \text{const}$. Координата x змінюється згідно із законом рівномірного руху: $x = x_0 + v_{0x} t$.

Уздовж осі Y рух є рівноприскореним, оскільки вектор прискорення вільного падіння \vec{g} на невеликих висотах є величиною сталою, отже, згідно із законом рівноприскореного руху: $y = y_0 + v_{0y} t - \frac{g t^2}{2}$.

У вибраній нами системі координат (мал. 42) $x_0 = 0$; $y_0 = 0$; $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$; $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$.

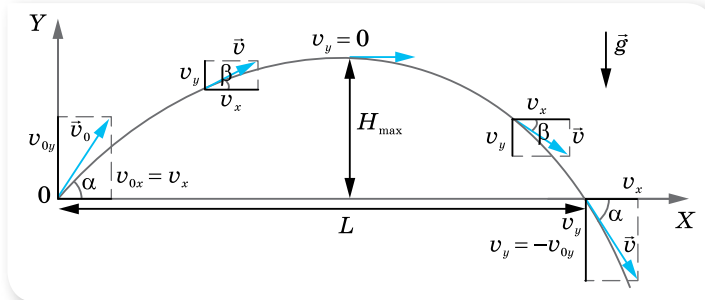
Таким чином, закон балістичного руху для тіла, кинутого під кутом α до горизонту, має вигляд:

$$\begin{cases} x = (v_0 \cos \alpha) t, \\ y = (v_0 \sin \alpha) t - \frac{g t^2}{2}. \end{cases}$$

Розв'язуючи дану систему рівнянь, можна отримати рівняння траєкторії такого руху. Для цього з першого рівняння виразимо час $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$

і підставимо його у друге рівняння. Після спрощень і враховуючи, що $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \text{tg } \alpha$, отримуємо *рівняння траєкторії*: $y = x \text{tg } \alpha - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}$.

З рівняння видно, що залежність $y(x)$ є квадратичною, отже, графіком руху є парабола. Вітки параболи напрямлені вниз, оскільки коефіцієнт перед x^2 менший від нуля, і парабола проходить через початок координат, оскільки $y = 0$ при $x = 0$ (мал. 42).



Мал. 42. Рух тіла, кинутого під кутом α до горизонту

Визначимо основні параметри балістичного руху: час і дальність польоту, максимальну висоту підйому.

Унаслідок незалежності рухів уздовж координатних осей підйом тіла по вертикалі визначається лише проекцією початкової швидкості v_{0y} на вісь Y . Звідси випливає, що якщо вертикальна проекція швидкості тіла, кинутого під кутом α до горизонту, така сама, як і початкова швидкість тіла, кинутого вертикально вгору, то ці тіла будуть рухатися синхронно. Тому максимальну висоту підйому і час підйому можна визначити з відомих вам формул, що описують рух тіла, кинутого вертикально вгору.

Для тіла, кинутого вертикально вгору, $v_y = v_{0y} - gt$. Ураховуючи, що на максимальній висоті підйому $v_y = 0$, визначимо час підйому: $t_{\text{п}} = \frac{v_{0y}}{g}$.

З урахуванням того, що для тіла, кинутого під кутом до горизонту, $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$, час підйому буде $t_{\text{п}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$.

Оскільки парабола симетрична, то час підйому дорівнює часу падіння, і загальний час польоту $t = 2t_{\text{п}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$.

Щоб визначити максимальну висоту підйому (яка дорівнює максимальній координаті $y = H_{\text{max}}$), підставимо в рівняння $y = (v_0 \sin \alpha)t - \frac{gt^2}{2}$ час підйому $t_{\text{п}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$. Після спрощень отримуємо формулу $H_{\text{max}} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$.

Дальність польоту L у горизонтальному напрямку дорівнює координаті x тіла в момент часу $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. Оскільки $x = (v_0 \cos \alpha)t$, то

$$L = (v_0 \cos \alpha) \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

МАТЕМАТИЧНА ДОВІДКА

Основні тригонометричні тотожності

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Формули подвійного кута

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

Використовуючи формулу синуса подвійного кута $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, отримаємо $L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$.

Як видно з формули, дальність польоту L буде найбільшою, коли $\sin 2\alpha = 1$, тобто для кута $\alpha = 45^\circ$.

За наявності опору повітря траєкторія польоту тіла, кинутого під кутом до горизонту, не буде правильною параболою. Дальність польоту при цьому буде меншою від розрахованої за цією формулою.

Форму траєкторії руху тіла, кинутого під кутом до горизонту, відтворює струмінь води, спрямований під кутом до горизонту. Спочатку зі збільшенням кута α струмина б'є все далі й далі. Коли кут досягає 45° , дальність є найбільшою. З подальшим збільшенням кута дальність зменшується.

Для розрахунку швидкості руху тіла в довільній точці траєкторії та визначення кута β , який утворює вектор швидкості з горизонталлю, достатньо знати проєкції швидкості на осі X та Y . При цьому слід врахувати, що горизонтальна проєкція швидкості залишається постійною й дорівнює початковому значенню, $v_x = v_{0x} = \text{const}$, вертикальна ж проєкція змінюється: у разі підйому вгору вона зменшується за лінійним законом, $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$, на максимальній висоті $v_y = 0$, далі тіло падає вниз.

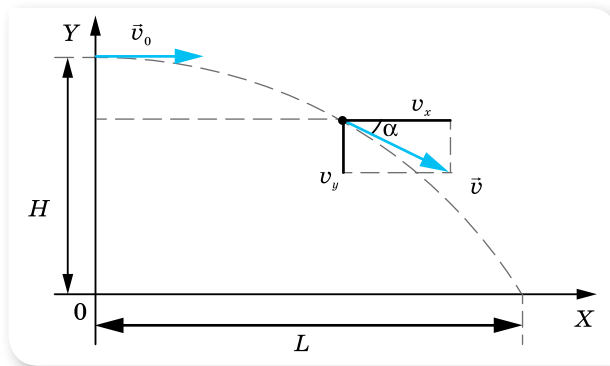
Модуль результуючої швидкості $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}$. Вектор результуючої швидкості утворює з горизонтом кут β , що змінюється

із часом, $\operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin \alpha - gt}{v_0 \cos \alpha}$. Висота, на яку підніметься тіло за довіль-

ний інтервал часу польоту: $h = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$.

Рух тіла, кинутого горизонтально з висоти H . Це окремий випадок руху тіла, кинутого під кутом до горизонту ($\alpha = 0$) з деякої висоти H . Це криволінійний рух уздовж однієї вітки параболи від її вершини. У вертикальному напрямку вздовж осі Y відбувається вільне падіння, у горизонтальному напрямку вздовж осі X — рівномірний рух (мал. 43).

У будь-який момент часу швидкість \vec{v} напрямлена по дотичній до траєкторії. Горизонтальна проєкція швидкості в будь-який момент часу залишається сталою, $v_x = v_0$, а вертикальна проєкція лінійно зростає із часом: $v_y = gt$.



Мал. 43. Рух тіла, кинутого горизонтально з певної висоти

Рівняння руху в горизонтальному напрямку $x = v_x t$, у вертикальному — $y = \frac{gt^2}{2}$.

Оскільки $v_x \perp v_y$, то модуль швидкості в будь-який момент польоту $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$.

Час падіння на поверхню Землі $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. Дальність польоту $L = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

Модуль швидкості в момент падіння на поверхню Землі: $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$.

Зверніть увагу! Усі формули в даному параграфі отримано за умови $g = \text{const}$, тобто рух відбувається на малих висотах.



ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗУМЮ

1. Доведіть, що час підйому тіла, кинутого вертикально вгору, дорівнює часу його падіння.
2. Доведіть, що тіло, яке кидають вертикально вгору і яке згодом падатиме вниз, матиме в будь-якій точці траєкторії швидкості, рівні за модулем і протилежні за напрямком.
3. Людина, що стоїть на краю схилу, кидає одне тіло вертикально вгору, інше — вертикально вниз. У якого з тіл у момент падіння на землю буде більша швидкість?
4. Які фактори має враховувати людина, що виконує стрибок у довжину? А людина, що стрибає у висоту?



Приклади розв'язування задач

Задача 1. Тіло, що вільно падає, пройшло останні 10 м за 0,25 с. Визначте, з якої висоти падало тіло та швидкість у момент його приземлення.

Дано:

$\Delta h = 10 \text{ м}$

$\Delta t = 0,25 \text{ с}$

$h - ?$

$v - ?$

Розв'язання:

Оскільки тіло вільно падає, то $v_0 = 0$, отже, рівняння руху має вигляд $h = \frac{gt^2}{2}$, де h — висота, з якої падає тіло.

Якщо позначити останні 10 м Δh , тоді $h_1 = h - \Delta h$.

Відповідно t — увесь час падіння, $\Delta t = 0,25 \text{ с}$, тоді $t_1 = t - \Delta t$.

Рівняння руху на ділянці h_1 має вигляд $h_1 = \frac{gt_1^2}{2}$.

Підставимо в це рівняння вирази $h_1 = h - \Delta h$ і $t_1 = t - \Delta t$,

$$\text{маємо: } \frac{g(t - \Delta t)^2}{2} = \frac{gt^2}{2} - \Delta h.$$

Розв'язавши рівняння, визначаємо весь час руху t :

$$t = \frac{\Delta t}{2} + \frac{\Delta h}{g\Delta t}.$$

Після підстановки числових значень отримуємо:

$$t = \frac{0,25 \text{ с}}{2} + \frac{10 \text{ м}}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,25 \text{ с}} = 4,2 \text{ с}.$$

Визначаємо висоту, з якої падає тіло: $h = \frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (4,2)^2 \text{ с}^2}{2} = 86 \text{ м}$.

Швидкість у момент приземлення можна визначити з формул $v = v_0 + gt$ або $2gh = v^2 - v_0^2$, ураховуючи, що $v_0 = 0$. Тоді $v = 41 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Відповідь: 86 м; $41 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

ВПРАВА 9

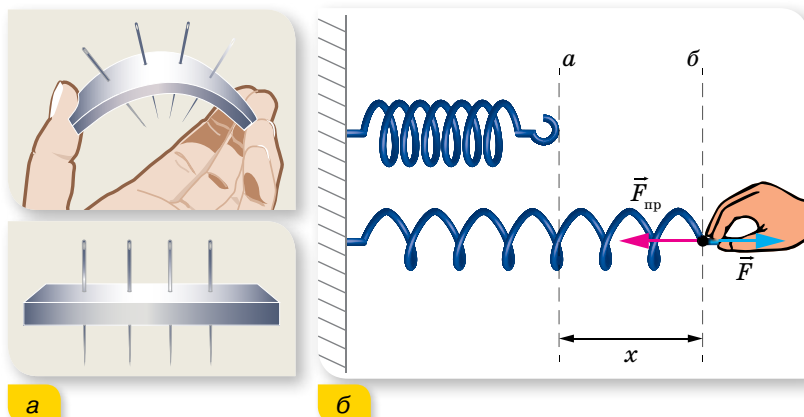
- Тіло вільно падає з висоти 39,2 м. За який час тіло пройде: а) перший метр свого шляху; б) останній метр свого шляху? Чому дорівнює середня швидкість на другій половині шляху?
- Тіло, яке вільно падає без початкової швидкості, за останню секунду руху проходить $\frac{2}{3}$ усього шляху. Визначте шлях, пройдений тілом за час падіння.
- Тіло вільно падає з висоти 80 м. Визначте його переміщення за останню секунду падіння.
- З вежі, що має висоту h , кидають одночасно два тіла: перше — зі швидкістю v_1 вертикально вгору, а друге — зі швидкістю v_2 вертикально вниз. Визначте різницю часу Δt між моментами падіння кожного з тіл на землю.
- Дальність польоту тіла, кинутого в горизонтальному напрямку зі швидкістю $v = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, дорівнює висоті кидання. З якої висоти кинуте тіло?
- Під кутом 60° до горизонту кидають тіло з початковою швидкістю $50 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Визначте переміщення тіла від точки кидання через 5 с.

§ 10 Рух під дією кількох сил

Сили в механіці. Рухів, які відбуваються під дією лише однієї сили, у земних умовах практично немає. У розглянутих перед цим випадках руху тіл під дією земного тяжіння ми нехтували опором повітря. Результуючий характер руху тіла залежить від усіх прикладених до нього сил, у тому числі й тих, що перешкоджають руху (сили опору середовища, реакції опори, тертя).

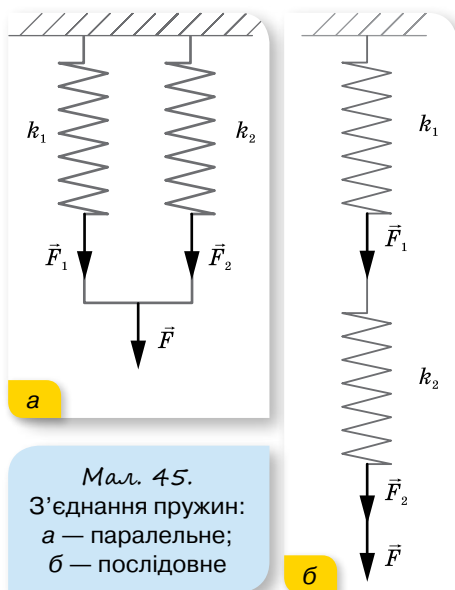
Сила тяжіння є проявом гравітаційної взаємодії. Сили пружності й сили тертя, які також розглядаються в механіці, є проявом електромагнітної взаємодії (на рівні міжмолекулярної взаємодії).

Сила пружності. При деформації тіл їх частинки зміщуються одна відносно іншої (мал. 44, а). Унаслідок цього змінюються відстані між атомами чи молекулами, з яких складаються тіла. Це приводить до зміни сил взаємодії між частинками. Якщо відстані між ними збільшуються (наприклад, при розтягуванні), то силою міжмолекулярної взаємодії є сила притягання. Якщо відстані між частинками зменшуються (наприклад, при стискуванні), то силою міжмолекулярної взаємодії є сила відштовхування. Тобто при деформації тіла в ньому виникають сили, що прагнуть повернути його в попередній стан. Ці сили і є **силами пружності**.



Мал. 44. Сила пружності: а — виникає внаслідок деформації; б — направлена проти зміщення частин деформованого тіла

Головною відмінністю сил пружності від усіх інших сил є те, що вони залежать від деформацій та від властивостей деформованого тіла (його жорсткості) і не залежать від тіла, до якого прикладені. Для сили пружності, що виникає внаслідок пружних деформацій, встановлений **закон Гука**: $\vec{F}_{\text{пр}} = -k\vec{x}$, тут k — коефіцієнт пружності, або жорсткість, його значення залежить від розмірів і матеріалу тіла, вимірюється в ньютонках на метр, $1 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$; \vec{x} — зміщення кінця тіла.



а

б

Мал. 45.
З'єднання пружин:
а — паралельне;
б — послідовне

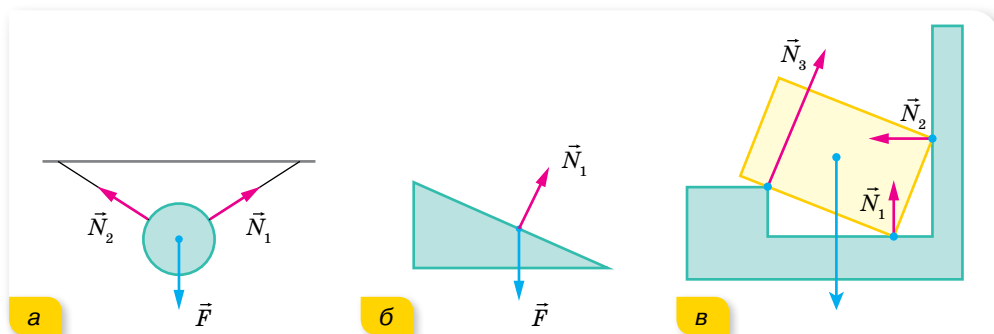
Знак «-» показує, що напрямок сили пружності протилежний напрямку зміщення краю деформованого тіла.

Закон Гука можна записати і в проєкціях: $F_{\text{пр}x} = -kx$, і для модулів: $F_{\text{пр}} = k|x|$. Оскільки в умові більшості задач ідеться не про силу пружності $\vec{F}_{\text{пр}}$, а про прикладену силу \vec{F} (мал. 44, б; с. 59), то, враховуючи третій закон Ньютона, формулу $F_{\text{пр}x} = -kx$ можна застосовувати у вигляді $F = kx$.

У випадку паралельного з'єднання пружин, коефіцієнти жорсткості яких k_1 і k_2 , загальний коефіцієнт жорсткості системи $k = k_1 + k_2$; для послідовного з'єднання: $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ (мал. 45).

Як ми вже знаємо, тіло під дією прикладених до нього сил може рухатись у будь-якому напрямку. У реальних умовах часто вільному рухові тіл перешкоджають інші тіла, які перебувають із цим тілом у контакті. Так, тіло внаслідок дії сили тяжіння тисне на опору чи розтягує підвіс — деформує їх. За третім законом Ньютона опора чи підвіс діють на тіло з такою самою за модулем і протилежно напрямленою силою реакції опору \vec{N} . Природа цих сил однакова, але вони не компенсують одна одну, бо прикладені до різних тіл.

Важливою особливістю сил реакції опору є те, що вони напрямлені перпендикулярно до поверхні дотику тіл (мал. 46).



а

б

в

Мал. 46. Напрямок сил реакції: а — підвісу; б, в — опори

Вага тіла. Якщо тіло лежить на горизонтальній опорі (або висить на тросі), то, за третім законом Ньютона, *сила реакції опору* рівна за модулем і протилежна за напрямком силі, з якою тіло діє на опору, тобто — вазі тіла \vec{P} , $\vec{N} = -\vec{P}$, $|P| = |mg|$.

Вага тіла — це сила, з якою тіло діє на горизонтальну опору чи розтягує підвіс унаслідок притягання до Землі.

Якщо тіло перебуває в спокої або рухається прямолінійно з постійною швидкістю (тобто якщо розглядати тіло в інерціальній системі відліку), його вага чисельно дорівнює силі тяжіння і збігається з нею за напрямком. Вага тіла й сила тяжіння відрізняються за своєю природою: сила тяжіння має гравітаційну природу, вага тіла — це сила пружності, тобто має електромагнітну природу. Тому ці сили відрізняються і точкою прикладання. Вага тіла прикладена до опори чи підвісу, а сила тяжіння — до центра тяжіння тіла. Оскільки $P = mg$, то вага тіла також залежить від широти місцевості, вона максимальна — на полюсах і мінімальна — на екваторі.

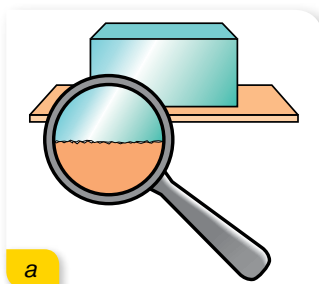
Якщо тіло рухається з прискоренням у вертикальному напрямку або коловою траєкторією, його вага відрізняється за числовим значенням від сили тяжіння ($P \neq mg$).

Часто помилково вагу тіла ототожнюють з його масою. **Маса тіла** — це скалярна фізична величина, що є кількісною характеристикою його інертності та гравітації. Це означає, що більшою є маса тіла, то воно інертніше — повільніше змінює свою швидкість руху і то сильніше притягує до себе інші тіла.

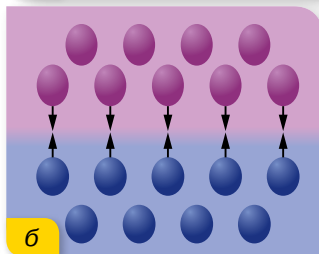
Маса тіла — величина інваріантна, тобто вона не залежить від вибору системи відліку.

Маса тіла — величина адитивна, тобто маса тіла дорівнює сумі мас усіх частинок, із яких складається тіло, а маса системи тіл дорівнює сумі мас тіл, що утворюють систему.

Сила тертя. Сила тертя, що також є проявом електромагнітної взаємодії, виникає тому, що поверхня будь-якого тіла має різні нерівності, виступи й впадини (мал. 47, а). Коли одне тіло рухається по поверхні іншого, то нерівності перешкоджають цьому рухові. Тому сили тертя ще називають силами опору (не плутати із силами реакції опори!). Однак природа тертя набагато складніша. Тертя можна зменшити, якщо відполірувати поверхні тіл, які перебувають у взаємодії. Оскільки розміри нерівностей стануть значно меншими, то зменшиться й тертя. Однак завжди настає момент, коли подальше полірування поверхонь не зменшує силу тертя, а навпаки, вона починає збільшуватися. Причиною цього є те, що під час полірування поверхонь відстань між верхніми шарами молекул тіл, що контактують, стає дедалі меншою.



а



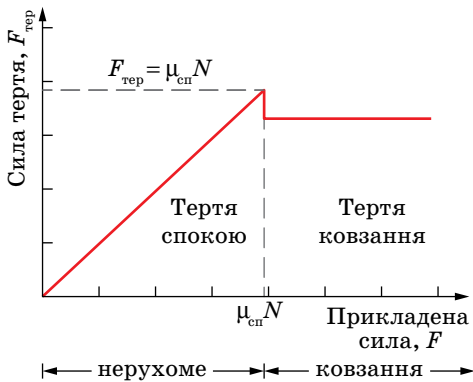
б

Мал. 47. Сила тертя:
а — виникає між поверхнями дотику;
б — у відполірованих тіл проявляється міжмолекулярна взаємодія, що збільшує силу тертя

І коли ця відстань зменшується настільки, що між молекулами обох поверхонь виникає сила взаємного притягання, сила тертя збільшується (мал. 47, б; с. 61).

Найближчим часом розглядатимемо випадки, у яких будемо враховувати, що сила тертя залежить від: швидкості руху тіл відносно одне одного; речовини, з якої складаються тіла, що взаємодіють; стану поверхонь тіл (взаємодія твердих тіл); розмірів і форми тіла (рух твердого тіла в рідині або газі); ваги тіла.

Сила тертя спокою завжди діє вздовж поверхні дотику тіл, дорівнює за модулем і протилежна за напрямком зовнішній силі, яка намагається зрушити тіло з місця, $F_{\text{тер.сп}} \leq \mu_{\text{сп}} N$, тут N — сила нормального тиску (або рівна їй за модулем сила реакції опори), $\mu_{\text{сп}}$ — коефіцієнт тертя, який



Мал. 48. Графік залежності сили тертя від прикладеної сили

залежить від стану поверхонь тіл і від властивостей речовини, з якої вони виготовлені.

Зрушивши з місця, тіло починає ковзати по поверхні іншого тіла, і між ними вже існує **сила тертя ковзання**, яка дещо менша від максимальної сили тертя спокою, хоча також пропорційна силі нормального тиску (силі реакції опори) і залежить від матеріалу контактуючих поверхонь: $F_{\text{тер.ковз}} = \mu_{\text{ковз}} N$ (мал. 48).

Слід зазначити, що залежність $F_{\text{тер.ковз}} = \mu_{\text{ковз}} N$ не є законом, а лише встановлює взаємозв'язок

між силою тертя, що діє вздовж поверхні дотику, і силою нормального тиску, перпендикулярною до цієї поверхні. Це співвідношення не є векторним, оскільки дві сили перпендикулярні між собою.

Під час руху шарів рідини чи газу виникають сили внутрішнього тертя. Ці самі сили виникають й у випадку руху твердого тіла в рідині чи газі.

Сили тертя завжди напрямлені проти напрямку швидкості відносного руху.

Сили пружності, як і сила тяжіння, належать до консервативних. **Консервативні сили** — це сили, робота яких під час переміщення тіла залежить тільки від початкового і кінцевого положень тіла у просторі. Системи, у яких не відбувається перетворення механічної енергії в інші види (внутрішню, електромагнітну, хімічну тощо), називаються консервативними системами. Сили тертя не є потенціальними, вони розсіюють механічну енергію, перетворюючи її в теплову. Сили тертя протидіють рухові й залежать від швидкості тіла.

Найтипівіші випадки графічного зображення руху під дією кількох сил. Не можна детально розглянути всі можливі варіанти рухів тіл під дією

кількох сил, тому звернемо увагу лише на деякі типові випадки (табл. 1), які можна підпорядкувати загальному алгоритму розв'язування задач.

Перша ідеалізація, до якої вдаються під час розв'язування задач із динаміки, — нехтування розмірами тіла. У цьому разі тіло приймають за матеріальну точку, а масу тіла вважають зосередженою в точці, яку називають центром тяжіння.

Зверніть увагу! Якщо розмірами тіла не нехтують або розглядають рух тіла у рідині, то слід враховувати, що в рідинах і газах на тіло діє виштовхувальна сила (її ще називають силою Архімеда), зумовлена різницею сили тиску на верхню і нижню частини тіла. Виштовхувальна сила, що діє на тіло, занурене в рідину або газ, дорівнює вазі рідини або газу в об'ємі цього тіла: $F = \rho g V$, де ρ — густина рідини, в яку повністю занурене тіло, об'ємом V .

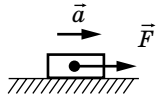
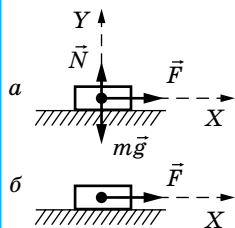
Виконуючи малюнок до задачі, вектори сил, що діють на тіло, паралельним перенесенням розташовують так, щоб початки векторів були прикладені до центру тяжіння тіла.

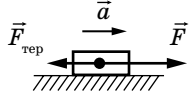
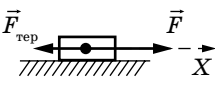
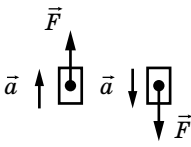
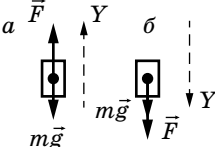
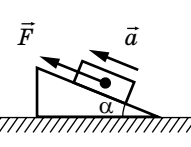
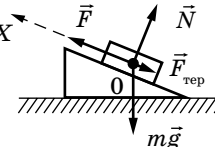
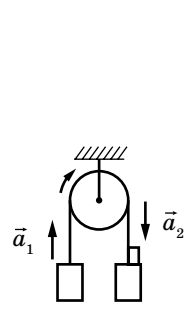
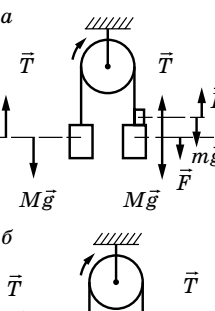
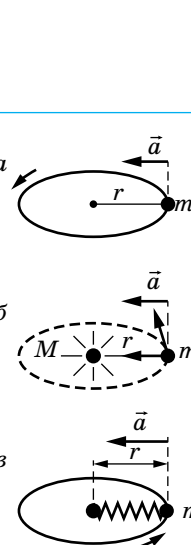
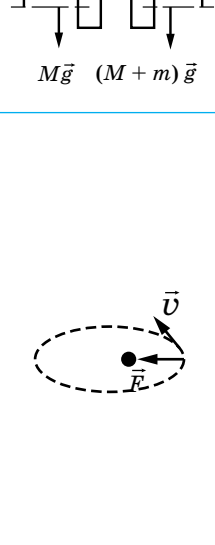
Сили, з якими тіло діє на взаємодіючі з ним тіла (за третім законом Ньютона), на малюнку не вказують. Також не вказують рівнодіяну прикладених до тіла сил. Звертайте увагу на те, що сила реакції опори \vec{N} напрямлена перпендикулярно до поверхні, на якій перебуває тіло, сила тяжіння $m\vec{g}$ завжди напрямлена вертикально вниз, сила тертя спокою чи ковзання $\vec{F}_{\text{тер}}$ напрямлена проти напрямку руху тіла вздовж поверхні дотику. На малюнку вказують напрямки швидкості та прискорення.

Вибирають інерціальну систему відліку, у якій зручно досліджувати рух у цій конкретній задачі. Напрямок координатних осей обирають залежно від характеру руху. Наприклад, якщо тіло рухається по похилій площині, то вісь X спрямовують уздовж похилої площини в напрямку руху і, відповідно, перпендикулярно до неї — вісь Y ; якщо рух відбувається вздовж однієї прямої, достатньо вибрати одну вісь і спрямувати її в напрямку руху тіла.

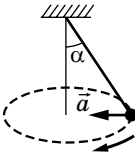
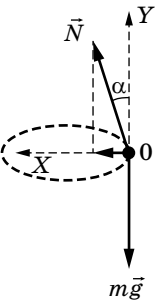
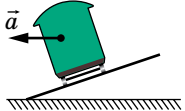
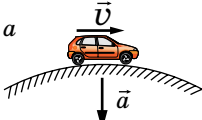
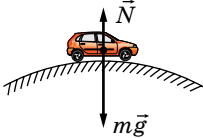
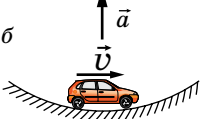
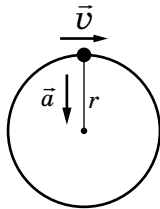
Другий закон Ньютона спочатку записують у векторній формі $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a}$, якщо рух тіла рівноприскорений, і $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$ — якщо тіло перебуває у стані спокою або рівномірно і прямиoliniйно рухається.

Таблиця 1

№	Ситуація	Прикладені сили	Рівняння руху	
			у векторній формі	у проекціях
1			$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}$ $m\vec{a} = \vec{F}$	<p>а $Y: 0 = N - mg$</p> <p>б $X: F = ma$</p>

№	Ситуація	Прикладені сили	Рівняння руху	
			у векторній формі	у проекціях
2			$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{\text{rep}}$	$ma = F - F_{\text{rep}}$
3			$m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g}$	а Y: $ma = F - mg$ б Y: $ma = F + mg$
4			$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{\text{rep}}$	X: $ma = F - mg \sin \alpha - F_{\text{rep}}$ $F_{\text{rep}} = \mu N$ Y: $0 = N - mg \cos \alpha$
5			а $\begin{cases} M\vec{a}_1 = M\vec{g} + \vec{T}, \\ M\vec{a}_2 = M\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}, \\ m\vec{a}_2 = m\vec{g} + \vec{F} \end{cases}$ б $\begin{cases} M\vec{a}_1 = M\vec{g} + \vec{T}, \\ (M+m)\vec{a}_2 = \vec{T} + (M+m)\vec{g} \end{cases}$	$\begin{cases} Ma_1 = T - Mg, \\ Ma_2 = Mg - T + F, \\ ma_2 = mg - T \end{cases}$ $\begin{cases} Ma_1 = T - Mg, \\ (M+m)a_2 = T - (M+m)g \end{cases}$
6			$m\vec{a} = \vec{F}$	а $\frac{mv^2}{r} = F$ б $\frac{mv^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2}$ в $\frac{mv^2}{r} = kx$

Закінчення табл. 1

№	Ситуація	Прикладені сили	Рівняння руху	
			у векторній формі	у проекціях
7			$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$	$X: ma = mg \operatorname{tg} \alpha$ $Y: 0 = N \cos \alpha - mg$
				$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} = \frac{v^2}{rg}$
8			$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g}$	$\frac{mv^2}{r} = mg - N$
				$\frac{mv^2}{r} = N - mg$
				$\frac{mv^2}{r} = N + mg$

Векторну суму сил замінюють алгебраїчною сумою їх проекцій на координатні осі. Тому далі записують рівняння другого закону Ньютона у проекціях на кожну вісь, враховуючи знаки проекцій. Порівнюють кількість невідомих величин у задачі з кількістю рівнянь отриманої системи. Якщо кількість невідомих дорівнює або є меншою від кількості рівнянь, то задачу математично сформульовано правильно й вона має розв'язання. В іншому разі необхідно дописати додаткові рівняння, наприклад кінематичні, і розв'язати утворену систему рівнянь. Отримавши кінцеву формулу, перевірити за нею розмірність шуканої величини, визначити її числове значення, проаналізувати отриману відповідь.

У п'ятому рядку таблиці 1 наведено приклади руху системи зв'язаних тіл. У цьому випадку також вдаються до ідеалізації: на нитки, якими зв'язані тіла, накладається умова нерозтяжності й невагомості.

Нерозтяжність нитки означає, що довжина нитки не змінюється і внаслідок деформації в ній не виникає додаткова сила пружності. Сила натягу нитки залишається незмінною й надає тілам однакового за модулем прискорення $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$. Невагомість нитки означає, що сили натягу нитки, які діють на різні тіла, рівні між собою: $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$.

Умова невагомості блока, якщо передбачена умовою задачі, дає змогу вважати силу натягу нитки (при переході через блок) незмінною за модулем. Зазвичай на практиці застосовують комбінацію нерухомого блока з рухомих. Нерухомий блок використовують для зручності. Він не дає виграшу в силі, але змінює напрямок дії сили, наприклад, дає змогу підняти вантаж, стоячи на землі. Рухомий блок дає виграш у силі у два рази.



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗУМІЮ

1. Унаслідок чого з'являється сила пружності? Яка природа цієї сили?
2. Що означає знак «мінус» у формулі закону Гука?
3. Чи є формули для розрахунку сили реакції опори або підвісу?
4. Яку силу називають силою нормального тиску?
5. За яких умов виникає сила тертя спокою; сила тертя ковзання? Від чого вони залежать?



Приклади розв'язування задач

Задача 1. По похилій площині рівномірно витягують ящик масою 100 кг. Яку силу слід прикласти, щоб витягти ящик, якщо висота похилої площини 1,5 м, а довжина — 4,5 м? Задачу розв'яжіть: а) з урахуванням сили тертя ($\mu = 0,3$); б) нехтуючи силою тертя.

Дано:

$$m = 100 \text{ кг}$$

$$h = 1,5 \text{ м}$$

$$l = 4,5 \text{ м}$$

$$\mu = 0,3$$

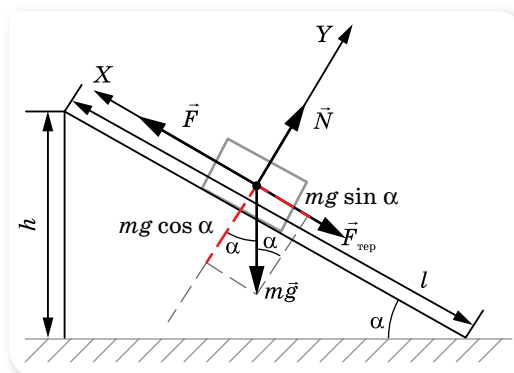
$$F = ?$$

Розв'язання:

Розв'яжемо задачу з урахуванням сили тертя.

Зобразимо похилу площину (мал. 49) і покажемо сили, що діють на ящик.

Вісь X спрямуємо в напрямку руху.



Мал. 49. Рух тіла по похилій площині

У проекціях на осі X та Y рівняння має вигляд:

$$F - F_{\text{тер}} - mg \sin \alpha = 0 \quad (\text{на вісь } X); \quad (1)$$

$$N - mg \cos \alpha = 0 \quad (\text{на вісь } Y). \quad (2)$$

$F_{\text{тер}} = \mu N$, з рівняння (2) $N = mg \cos \alpha$, отже

$$F_{\text{тер}} = \mu mg \cos \alpha. \quad (3)$$

Підставляючи (3) в (1), маємо

$$F = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha). \quad (4)$$

З малюнка видно, що $\sin \alpha = \frac{h}{l} = \frac{1,5 \text{ м}}{4,5 \text{ м}} \approx 0,33$,

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} = \frac{\sqrt{4,5^2 \text{ м}^2 - 1,5^2 \text{ м}^2}}{4,5 \text{ м}} \approx 0,94.$$

Підставляючи числові значення, отримуємо $F = 600 \text{ Н}$.

З формули (4) для випадку $\mu = 0$ отримуємо $F = mg \sin \alpha \approx 323 \text{ Н}$.

Відповідь: 600 Н; 323 Н.

Задача 2. Кулька, що висить на нитці, обертається в горизонтальній площині. Знайдіть кут відхилення нитки від вертикалі. Швидкість руху кульки — $1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, радіус кола, яке описує кулька, — 30 см.

Дано:

$$v = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$R = 0,3 \text{ м}$$

$\alpha = ?$

Розв'язання:

Нитка з кулькою описує у просторі конічну поверхню, тому таку модель називають «конічним маятником» (мал. 50).

На кульку діє сила тяжіння $m\vec{g}$, напрямлена вертикально вниз, і сила натягу нитки (її прийнято позначати \vec{T}), що напрямлена вздовж нитки. Нитка вважається нерозтяжною, щоб не враховувати додаткові сили пружності, які виникають при розтягуванні (згідно із законом Гука). Оскільки кулька рухається по колу, то прискорення \vec{a} , яке надає їй рівнодійна цих сил, — це доцентрове прискорення.

За другим законом Ньютона:

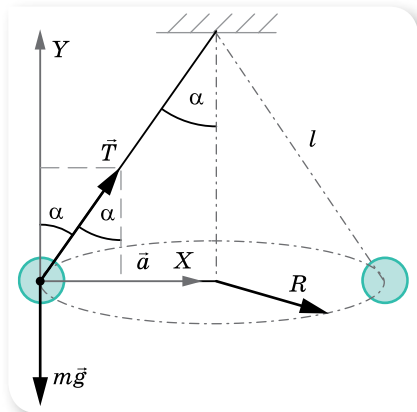
$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}.$$

У проекціях на координатні осі:

$$T \sin \alpha = ma \quad (\text{на вісь } X);$$

$$T \cos \alpha - mg = 0 \quad (\text{на вісь } Y) \text{ або } T \cos \alpha = mg.$$

Поділимо перше рівняння на друге: $\frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} = \frac{ma}{mg}$, отримаємо: $a = g \cdot \text{tg } \alpha$.



Мал. 50. Конічний маятник

Доцентрове прискорення визначаємо за формулою $a = \frac{v^2}{R}$. Тоді $\frac{v^2}{R} = g \cdot \operatorname{tg} \alpha$, звідки $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{Rg}$. Підставляємо числові дані:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1,5^2 \frac{\text{М}^2}{\text{с}^2}}{0,3 \text{ м} \cdot 9,8 \frac{\text{М}^2}{\text{с}^2}} \approx 0,75, \alpha = 37^\circ.$$

Відповідь: 37° .

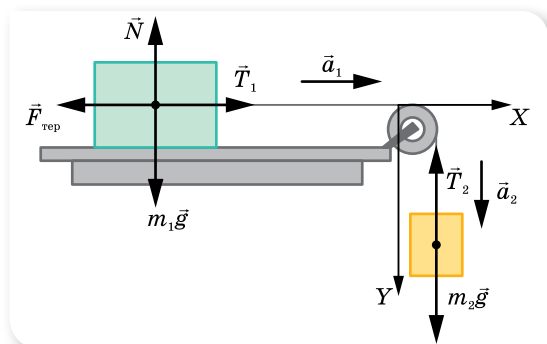
Задача 3. На горизонтальній площині лежить брусок масою $m_1 = 2$ кг. До кінця нитки, прикріпленої до бруска й перекинutoї через нерухомий блок, підвішено тягар масою $m_2 = 0,5$ кг. Визначте силу натягу нитки, якщо коефіцієнт тертя між площиною і бруском $\mu = 0,1$. Масою нитки і блока, а також тертям у блоці знехтуйте.

Дано:

$m_1 = 2$ кг
 $m_2 = 0,5$ кг
 $\mu = 0,1$
 $T = ?$

Розв'язання:

Розглянемо сили, що діють на систему брусок — тягар (мал. 51). На тягар діє сила тяжіння $m_2 \vec{g}$ і сила натягу нитки \vec{T}_2 ; на брусок — сила тяжіння $m_1 \vec{g}$, сила реакції опори \vec{N} , сила тертя $\vec{F}_{\text{тер}}$ та сила натягу нитки \vec{T}_1 .



Мал. 51. Сили, що діють у системі зв'язних тіл

З'ясуємо, рухається ця система тіл чи перебуває у спокої.

Якщо система тіл перебуває у спокої, то шукана сила натягу визначається вагою тягара $m_2 g = 4,9$ Н, а якщо система рухається, то сила натягу нитки буде меншою. Система рухатиметься, якщо $m_2 g > F_{\text{тер}}$.

Оскільки брусок перебуває на горизонтальній поверхні, то сила тертя визначається як $F_{\text{тер}} = \mu m_1 g = 1,96$ Н. Тож система рухається.

Запишемо систему векторних рівнянь другого закону Ньютона для бруска: $\vec{N} + m_1 \vec{g} + \vec{F}_{\text{тер}} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1$, та для тягарця: $m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2$.

Перепишемо ці рівняння у проекціях на координатні осі, враховуючи, що $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$ і $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$.

Для бруска $T - F_{\text{тер}} = m_1 a$; $N = m_1 g$ або $T - \mu m_1 g = m_1 a$.

Для тягарця $m_2 g - T = m_2 a$.

Визначимо, наприклад із першого рівняння, прискорення та підставимо його у друге.

$$a = \frac{T - \mu m_1 g}{m_1} = \frac{T}{m_1} - \mu g; \quad m_2 g - T = m_2 \left(\frac{T}{m_1} - \mu g \right), \text{ звідки}$$

$$T = \frac{m_1 m_2 g (\mu + 1)}{m_1 + m_2} \approx 4,3 \text{ Н.}$$

Відповідь: 4,3 Н.

Задача 4. З якою силою тисне людина на підлогу ліфта у двох випадках: а) ліфт спускається рівноприскорено; б) рухаючись вниз, ліфт раптово зупиняється? Маса людини 75 кг, модуль прискорення в обох випадках $1 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$.

Дано:

$$m = 75 \text{ кг}$$

$$a = 1 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

$P = ?$

Розв'язання:

У кожному випадку на людину діє сила тяжіння та сила реакції опори, тому основне рівняння динаміки однакове для обох випадків: $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$.

Зробимо малюнки до обох випадків, вісь Y спрямуємо вниз.

У першому випадку, коли ліфт спускається рівноприскорено (мал. 52), його швидкість зростає, тому вектор прискорення \vec{a} напрямлений вниз.

Рівняння руху ліфта в проекції на вісь Y :

$$-N + mg = ma.$$

$$N = mg - ma = m(g - a).$$

Оскільки $|P| = |N|$, $P = m(g - a)$.

$$P = 75 \text{ кг} \left(9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} - 1 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right) = 660 \text{ Н.}$$

Такий самий результат отримаємо й у випадку, коли ліфт раптово зупиняється, піднімаючись угору. Прискорення ліфта в цьому разі також напрямлене вниз.

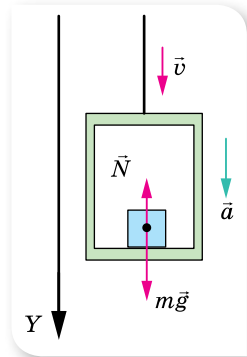
Під час раптової зупинки швидкість ліфта зменшується, тому вектор прискорення \vec{a} напрямлений проти напрямку руху (мал. 53): $a_y = -a$.

Рівняння руху ліфта в проекції на вісь Y у цьому разі має вигляд: $-N + mg = -ma$.

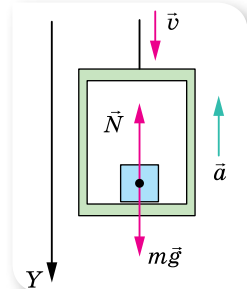
$$N = mg + ma = m(g + a), \text{ тобто } P = m(g + a).$$

$$P = 75 \text{ кг} \left(9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} + 1 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right) = 810 \text{ Н.}$$

Таким самим буде результат й у випадку, коли ліфт піднімається вгору рівноприскорено.



Мал. 52.
Рух ліфта з прискоренням, напрямленим униз



Мал. 53.
Рух ліфта з прискоренням, напрямленим угору

Висновки:

- ▶ Вага тіла не залежить від напрямку руху тіла, а лише від напрямку прискорення \vec{a} . Якщо тіло спирається на опору, яка рухається з прискоренням \vec{a} , напрямленим угору, вага тіла зростає й дорівнює $P = m(g + a)$. Виникає **перевантаження** — збільшення ваги тіла, спричинене прискореним рухом опори вертикально вгору.
- ▶ Якщо тіло разом з опорою рухається з прискоренням \vec{a} , напрямленим вертикально вниз, вага тіла зменшується й дорівнює $P = m(g - a)$.
- ▶ Якщо тіло разом з опорою вільно падає, то $a = g$ і $P = 0$. Виникає стан **невагомості**.
- ▶ Під час рівномірного піднімання або опускання опори вага тіла не змінюється.

Задача 5. Порожнисту кулю зважують у повітрі й гасі. Покази динамометра відповідно дорівнюють 2,6 Н і 2,2 Н. Визначте об'єм внутрішньої порожнини кулі. Виштовхувальною силою повітря знехтуйте.

Дано:

$$\rho_m = 9800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_r = 0,83 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$T_1 = 2,6 \text{ Н}$$

$$T_2 = 2,2 \text{ Н}$$

$$V_{\text{п}} = ?$$

Розв'язання:

Під час зважування в повітрі на кулю діють: $m\vec{g}$ — сила тяжіння, \vec{T}_1 — сила натягу пружини. Записуємо умову рівноваги тіла в скалярній формі відносно осі, напрямленої вертикально вгору:

$$-mg + T_1 = 0, \quad mg = T_1, \quad \text{або } m = \frac{T_1}{g}.$$

Під час зважування в гасі на кулю діють: $m\vec{g}$ — сила тяжіння, \vec{T}_2 — сила натягу пружини, \vec{F}_A — виштовхувальна сила.

Записуємо умову рівноваги кулі в гасі у векторній формі $m\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{F} = 0$. Спроєктуємо це рівняння на вісь Y :

$$-mg + T_2 + F_A = 0.$$

Враховуючи, що $mg = T_1$, $F_A = \rho_r g V$ (V — об'єм кулі; ρ_r — густина гасу), маємо $T_2 - T_1 + \rho_r g V = 0$.

Об'єм порожнини $V_{\text{п}} = V - V_m$, $V_m = \frac{m}{\rho_m}$ — об'єм, що займає оболонка мідної кулі. Отже, $V_{\text{п}} = V - \frac{m}{\rho_m}$. Оскільки $m = \frac{T_1}{g}$, то $V_{\text{п}} = V - \frac{T_1}{\rho_m g}$.

Розв'язуючи спільно рівняння, отримуємо:

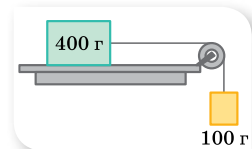
$$V_{\text{п}} = \frac{T_1 - T_2}{\rho_r g} - \frac{T_1}{\rho_m g};$$

$$V_{\text{п}} = \frac{2,6 \text{ Н} - 2,2 \text{ Н}}{0,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} - \frac{2,6 \text{ Н}}{8900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 0,021 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Відповідь: $0,021 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

ВПРАВА 10

- Дерев'яний брусок масою 2 кг тягнуть рівномірно по дошці, причепивши до пружини, жорсткість якої $100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Коефіцієнт тертя 0,3. Визначте видовження пружини.
- Підймальний кран піднімає вантаж, маса якого 1 т. Яка сила натягу троса на початку піднімання, якщо вантаж рухається при цьому з прискоренням $25 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$?
- Потяг, маса якого 10 т, рушаючи з місця, на шляху 50 м набирає швидкість $10 \frac{\text{М}}{\text{с}}$. Визначте коефіцієнт опору, якщо сила тяги дорівнює 14 кН.
- Баласт якої маси треба викинути з аеростата, що рівномірно опускається, аби він почав рівномірно підніматися з такою самою швидкістю? Маса аеростата з баластом 1200 кг, піднімальна сила аеростата стала й дорівнює 8000 Н. Силу опору повітря вважайте однаковою під час піднімання та опускання.
- Сталевий вилівок, маса якого m , піднімають з води за допомогою троса, що має жорсткість k , з прискоренням a . Густина сталі ρ_1 , густина води ρ_2 . Визначте видовження троса x . Опором води знехтуйте.
- На похилій площині завдовжки 13 м і заввишки 5 м лежить вантаж, маса якого 26 кг. Коефіцієнт тертя дорівнює 0,5. Яку силу треба прикласти до вантажу вздовж площини, щоб витягнути його? Щоб стягнути? Рух вважайте рівномірним.
- Для рівномірного піднімання вантажу вагою 1000 Н по похилій площині, яка утворює кут 60° з вертикаллю, треба прикласти силу 600 Н. З яким прискоренням рухатиметься вантаж униз, якщо його відпустити?
- Автомобіль, маса якого 2 т, проїжджає по опуклому мосту, що має радіус кривизни 40 м, зі швидкістю $36 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. З якою силою тисне автомобіль на середину моста?
- Визначте силу натягу нитки конічного маятника в момент, коли нитка утворює кут 60° з вертикаллю. Маса кульки — 100 г, швидкість її руху — $2 \frac{\text{М}}{\text{с}}$, довжина нитки — 40 см.
- Брусок, маса якого 400 г, під дією вантажу, що має масу 100 г (мал. 54), рухаючись зі стану спокою, проходить за 2 с шлях 80 см. Визначте коефіцієнт тертя.
- На шнурі, перекинутому через нерухомий блок, підвісили вантажі, маси яких 0,3 і 0,2 кг. З яким прискоренням рухається система? Яка сила натягу шнура під час руху?
- У ліфті стоїть контейнер, маса якого 60 кг. Визначте його вагу на початку й наприкінці піднімання, а також на початку й наприкінці опускання. Прискорення (за модулем) ліфта в усіх випадках дорівнює $2 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$.
- Визначте, у скільки разів зменшується вага тіла на екваторі внаслідок добового обертання Землі та якої тривалості має бути доба на Землі, щоб тіла на екваторі перебували у стані невагомості.



Мал. 54



Експериментуємо

- Дослідіть залежність рівнодійної двох сил, що діють на тіло під кутом α , від величини цього кута.
- Визначте модуль сили натягу нитки, за якої нитка розірветься. Запропонуйте кілька способів.
- Визначте модуль сили тертя кочення.
- Визначте коефіцієнт тертя між частинками сипкої речовини.

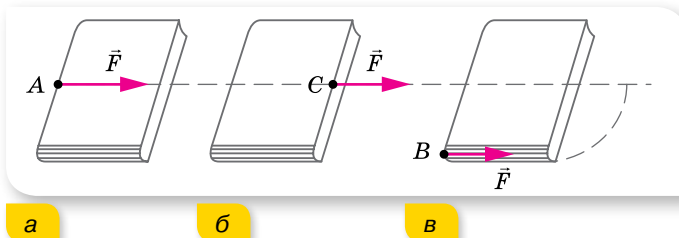
§ 11 Момент сили. Рівновага тіла

Абсолютно тверде тіло. Точка прикладання сили. Якщо тіло не можна вважати матеріальною точкою, то його рух досліджують за допомогою моделі — *абсолютно твердого тіла*.

Абсолютно тверде тіло можна розглядати як систему жорстко зв'язаних матеріальних точок, розміщених на незмінних відстанях одна від одної.

Замість поняття «абсолютно тверде тіло» часто вживають термін «тверде тіло». Цією моделлю зручно користуватись у тих випадках, коли деформаціями фізичних тіл можна знехтувати.

Для твердого тіла, крім модуля й напрямку діючої сили, важливою характеристикою сили є точка тіла, до якої вона прикладена. Від точки прикладання сили принципово залежить результат дії сили на тіло. Наприклад, сила \vec{F} , прикладена до середини бокового краю книжки (точка A) і напрямлена паралельно поверхні стола, де лежить книжка, спричинює ковзання книги по столу в напрямку дії сили (мал. 55, *а*). Якщо точку прикладання сили \vec{F} перенести з точки A в точку C , що лежить на продовженні прямої, уздовж якої діє сила (лінії дії сили), то результат дії сили не зміниться (мал. 55, *б*). А якщо цю саму силу прикласти в точці B до краю книжки, то книжка почне повертатися (мал. 55, *в*).



Мал. 55. Точки прикладання сили

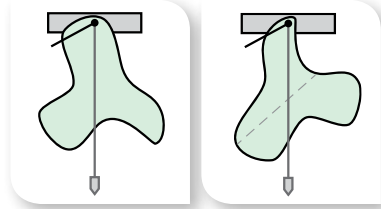
Досліди свідчать, що *дія сили не змінюється, якщо точку прикладання перенести вздовж лінії дії сили*.

Окрім точки прикладання сили, для встановлення характеру руху твердого тіла важливо знати, де міститься його центр тяжіння. (Для деяких практичних завдань потрібно знати *центр маси*, його ще називають *центром інерції*.) Це точка, що характеризує розподіл маси в тілі або системі тіл. Найчастіше поняття «центр маси» застосовують, розглядаючи рух не одного тіла, а спільний рух декількох взаємодіючих тіл. Наприклад, рух планет Сонячної системи, системи «Земля — Місяць».

В однорідному полі тяжіння положення центра мас тіла збігається з положенням центра тяжіння.

Положення центра тяжіння плаского тіла можна визначити за допомогою виска (мал. 56).

Якщо тіло має центр симетрії, то центр тяжіння збігається із центром симетрії; якщо тіло має вісь симетрії, його центр тяжіння лежить на цій осі; якщо тіло має площину симетрії, його центр тяжіння лежить у цій площині. Центр тяжіння може міститись і поза тілом, наприклад у кільця, м'яча чи сірникової коробки.



Мал. 56. Визначення центра тяжіння плоского тіла

Момент сили. Будь-який рух твердого тіла можна розглядати як сукупність поступального й обертального рухів. Величина, яка характеризує обертальну дію сили на тверде тіло, називається *моментом сили*.

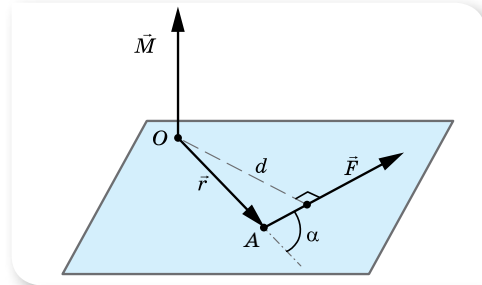
Нехай силу \vec{F} прикладено до точки A твердого тіла (мал. 57).

Момент сили \vec{M} відносно нерухомої точки O визначається векторним добутком радіуса-вектора \vec{r} , проведеного з точки O в точку прикладання сили A , та вектором сили \vec{F} , $\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}]$. Модуль цього вектора $M = Fr \sin \alpha$, де α — кут між векторами \vec{r} і \vec{F} (мал. 57).

Одиниця моменту сили в СІ — ньютон на метр, $1 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Найкоротшу відстань від осі обертання до лінії дії сили називають *плечем сили* й позначають літерою d (мал. 57). Оскільки $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, то $d = r \sin \alpha$.

Тоді момент сили можна записати як добуток модуля сили та її плеча: $M = Fd$.



Мал. 57. До визначення моменту сили

МАТЕМАТИЧНА ДОВІДКА

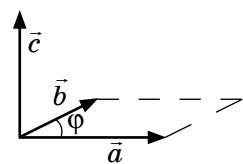
Векторним добутком $\vec{a} \cdot \vec{b}$ або $[\vec{a} \cdot \vec{b}]$ двох векторів називається вектор \vec{c} , який відповідає наступним умовам:

1) модуль вектора \vec{c} рівний добутку модулів векторів \vec{a} і \vec{b} на синус кута між ними $|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \varphi$;

2) вектор \vec{c} нормальний до площини, побудованої на векторах \vec{a} і \vec{b} ;

3) вектор \vec{c} напрямлений так, що з його кінця найкоротший поворот від вектора \vec{a} до \vec{b} відбувається проти руху годинникової стрілки. Іншими словами, вектори \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} утворюють праву трійку.

Скалярним добутком (\vec{a}, \vec{b}) двох векторів \vec{a} і \vec{b} буде скалярна величина (число), що дорівнює добутку модулів цих векторів, помноженого на косинус кута між ними: $(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$, $(0 \leq \varphi \leq \pi)$.



Якщо вектори співнапрямлені, то скалярний добуток таких векторів є добутком їх довжин.

Якщо вектори протилежно напрямлені, то скалярний добуток таких векторів дорівнює добутку їх довжин зі знаком «мінус».

Скалярний добуток перпендикулярних векторів дорівнює 0.

Скалярний добуток векторів, які утворюють тупий кут, є від'ємним.

Момент сили називають ще *обертальним моментом*. Прийнято вважати момент сили *від'ємним*, якщо тіло обертається під дією цієї сили *проти годинникової стрілки*, і *додатним*, якщо тіло обертається *за годинниковою стрілкою*.

Вектор моменту сили напрямлений уздовж осі обертання (мал. 57, с. 73).

З означення моменту сили стає зрозумілим, чому обертання тіла, що має нерухому вісь, може спричинити лише сила, не паралельна цій осі, й така, що її не перетинає.

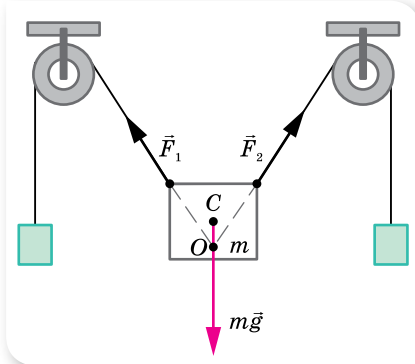
Таким чином можемо підсумувати, що *центром тяжіння* тіла називають точку всередині тіла (або поза ним), відносно якої сума моментів сил тяжіння, які діють на окремі частини тіла, дорівнює нулю.

Умови рівноваги тіла. Розглянемо окремий випадок руху, коли рівнодійна сил і моментів сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю. У цьому разі тіло або перебуває у стані спокою (статична рівновага), або його центр тяжіння рухається з постійною швидкістю (динамічна рівновага). У загальному випадку *рівновагою тіла* називають такий стан механічної системи,

у якому тіло залишається нерухомим відносно вибраної інерціальної системи відліку. (При цьому відносно будь-якої іншої інерціальної системи відліку центр тяжіння тіла рухатиметься поступально з постійною швидкістю.)

Згідно з другим законом Ньютона тіло може залишатись у спокої (відносно вибраної системи відліку), якщо векторна сума всіх прикладених до тіла сил дорівнює нулю.

Тому *перша умова рівноваги* для тіла, що не обертається, сформулюється так:



Мал. 58. Рівновага тіла під дією трьох сил

тіло перебуває в рівновазі, якщо рівнодійна прикладених до нього сил дорівнює нулю, $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$, або (у координатній формі) алгебраїчна сума проекцій сил, прикладених до тіла, на довільну вісь дорівнює нулю.

На малюнку 58 зображено випадок рівноваги тіла під дією трьох сил. Точка O перетину ліній дії сил \vec{F}_1 і \vec{F}_2 не збігається з точкою прикладання сили

тяжіння (центром тяжіння C), але в рівновазі ці точки обов'язково мають міститися на одній вертикалі.

Для обчислення рівнодійної сил, як вам уже відомо, усі сили слід звести до однієї точки. Якщо в конкретній задачі тіло можна розглядати як матеріальну точку, виконання першої умови рівноваги достатньо для того, щоб тіло залишалося у спокої. Використовуючи першу умову рівноваги, можна розраховувати сили, які діють з боку тіла, що перебуває в спокої, на кілька опор або підвісів. Якщо в задачі тіло не можна вважати матеріальною точкою й сили, що діють на тіло, прикладені не в одній точці, то тіло може обертатися.

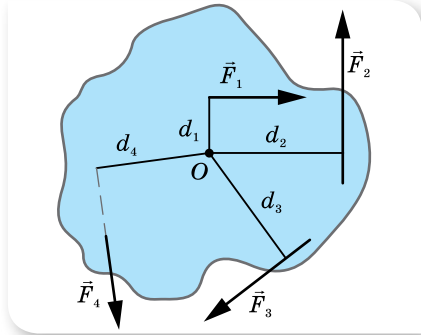
Розглянемо тверде тіло, яке не може рухатися поступально, а може тільки обертатися відносно нерухомої осі. У цьому випадку тіло перебуватиме в рівновазі (мал. 59), якщо виконується **друга умова рівноваги**.

Тіло перебуває в рівновазі, якщо алгебраїчна сума моментів прикладених до тіла сил дорівнює нулю: $M_1 + M_2 + \dots = 0$.

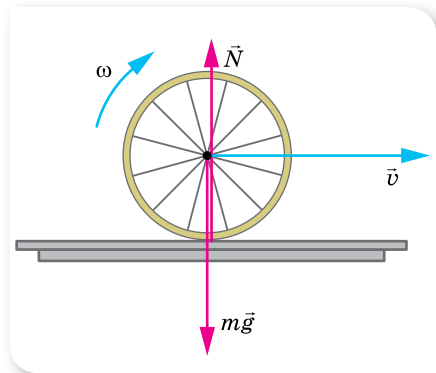
Таку умову ще називають **правилом моментів**. Так, для тіла, зображеного на малюнку 59, друга умова рівноваги має вигляд $F_1 d_1 + F_3 d_3 - F_2 d_2 - F_4 d_4 = 0$.

У загальному випадку, коли тіло може одночасно й рухатися поступально, й обертатися, для його рівноваги необхідне виконання обох умов рівноваги.

Умови рівноваги не є умовами стану спокою тіла. Наприклад, колесо може котитися по горизонтальній поверхні (мал. 60) і разом з тим у будь-який момент часу для нього виконуються умови рівноваги: **рівнодійна сил і сумарний момент сил, що діють на колесо, дорівнюють нулю**.



Мал. 59. Сили, що діють на тіло із закріпленою віссю O



Мал. 60. Сили, що діють на колесо, яке котиться по горизонтальній поверхні



ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗУМЮ

1. З якою метою застосовують поняття центр тяжіння? Як визначити, де в тіла міститься центр тяжіння?
2. Сформулюйте визначення моменту сил; плеча сили.
3. За яких умов тіло, що має закріплену вісь обертання перебуває в рівновазі?
4. За яких умов тіло, що може рухатися поступально та обертатися, перебуватиме в рівновазі?



Експериментуємо

За допомогою монет визначте модуль сили тяжіння, що діє на лінійку. Спробуйте в домашніх умовах провести досліди на рівновагу тіл (мал. 61).



Мал. 61. Досліди з рівноваги тіл



Приклади розв'язування задач

Задача 1. Вантаж масою 50 кг підвішений на кронштейні, який складається з поперечної балки AB й укосини BC (мал. 62). Визначте сили пружності, що виникають у балці та в укосині, якщо $\angle ABC = 45^\circ$.

Дано:

$$m = 50 \text{ кг}$$

$$\angle ABC = 45^\circ$$

$$F_1 = ?$$

$$F_2 = ?$$

Розв'язання:

Зобразимо сили, прикладені в точці B (мал. 63): силу пружності \vec{F}_1 стиснутої укосини BC , силу пружності \vec{F}_2 розтягнутої балки AB , силу тяжіння $m\vec{g}$.

Рівнодійна сил \vec{F}_1 і \vec{F}_2 врівноважує силу $m\vec{g}$. Умова рівноваги $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + m\vec{g} = 0$.

У проекціях на координатні осі ця умова рівноваги записується:

$$F_1 \cos \alpha - F_2 = 0 \text{ (на вісь } X\text{);}$$

$$F_1 \sin \alpha - P = 0 \text{ (на вісь } Y\text{).}$$

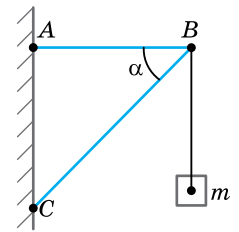
Розв'язуючи систему рівнянь, отримуємо:

$$F_1 = \frac{mg}{\sin \alpha},$$

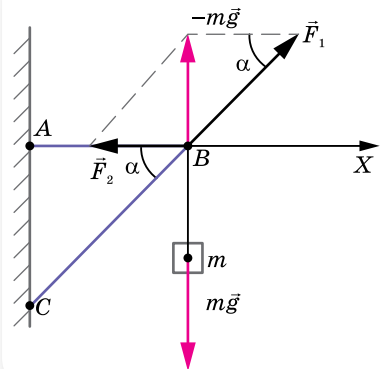
$$F_2 = \frac{mg \cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

Після обчислення: $F_1 = 343 \text{ Н}$; $F_2 = 240 \text{ Н}$.

Відповідь: 343 Н; 240 Н.



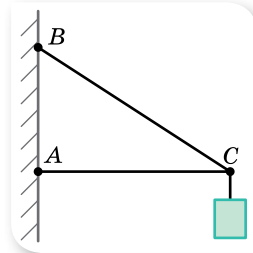
Мал. 62



Мал. 63. Сили, прикладені в точці B

ВПРАВА 11

1. Двоє чоловіків несуть на плечах трубу масою 80 кг завдовжки 5 м. Перший чоловік підтримує трубу на відстані 1 м від її краю, а другий чоловік — її протилежний край. Визначте силу тиску, яку чинить труба на кожного із чоловіків.
2. На дошці завдовжки 4 м і масою 30 кг гойдаються двоє дітей: дівчинка масою 30 кг і хлопчик масою 40 кг. Де має бути в дошки точка опори, якщо діти сидять на кінцях дошки?
3. До кінця стержня AC (мал. 64) завдовжки 2 м, один кінець якого шарнірно прикріплено до стіни, а інший підтримується тросом BC завдовжки 2,5 м, підвісили вантаж масою 120 кг. Визначте сили, що діють на трос і стержень.



Мал. 64



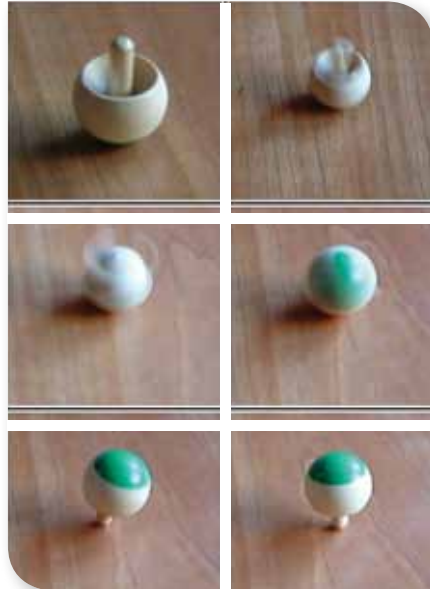
Цікаво знати

Можна навести багато прикладів обертання тіл у природі й техніці. Наприклад, дзига. Перші свідчення про дзигу та її незвичайні властивості відомі з давніх-давен. Сучасні іграшки є прототипом тих, що виготовлялись у Китаї ще в III тисячолітті до нової ери. Дзига викликає захоплення не лише в дітей (мал. 65).

Властивості дзиги — її **стійкість** (незмінність у просторі напрямку осі власного обертання й надзвичайна опірність зовнішнім діям) і **прецесія** (повільне обертання осі власного обертання дзиги під дією моменту сил) — стали підґрунтям створення на її основі цілої низки приладів



Мал. 65. Нобелівські лауреати з фізики Нільс Бор і Вольфганг Паулі вивчають дзигу, що під час обертання стає «з ніг на голову» (31.03.1951)



і пристроїв, які називають гіроскопічними (**гіроскоп** — пристрій, що містить швидкообертове тверде тіло, яке може обертатися навколо трьох взаємно перпендикулярних осей) (мал. 66).



Мал. 66. Гіроскопічні пристрої

Гіроскопи застосовують в авіації, космонавтиці, судноплавстві й навіть у сучасних смартфонах. Наприклад, у транспортних засобах (літаках, кораблях) вільний гіроскоп застосовують як «автокермо». Напрямок руху корабля задається напрямком осі вільного гіроскопа. За будь-яких відхилень корабля від курсу вісь гіроскопа зберігає свій колишній просторовий напрямок, а карданів підвіс повертається щодо корпусу корабля. Поворот рами карданова підвісу відстежується за допомогою спеціальних пристроїв, які видають команди автоматом на поворот керма й повернення корабля на заданий курс.

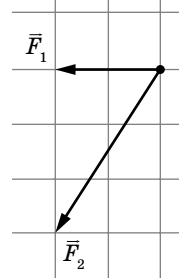
За допомогою гіроскопа визначається положення смартфона в просторі, що дозволяє, приміром, здійснювати управління в іграх, нахилиючи мобільний пристрій у той чи інший бік.



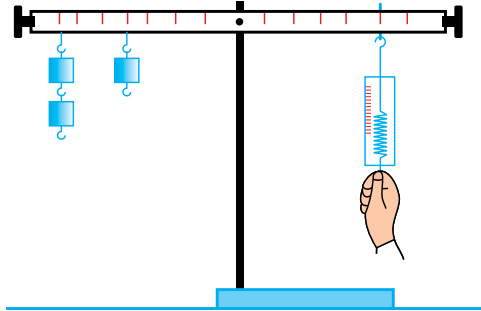
Перевірте себе (§ 7–11)



1. На певну точку тіла діють дві сили, розташовані в одній площині, як зображено на малюнку. Модуль вектора сили \vec{F}_1 дорівнює 4 Н. Визначте модуль рівнодіючої двох сил.



- А 6 Н
 Б 10 Н
 В 12 Н
 Г 14 Н
2. Визначте, як зміниться сила гравітаційної взаємодії між двома кульками, якщо половину маси першої кульки перенести на другу?
- А не зміниться
 Б зменшиться на 25 %
 В зменшиться на 75 %
 Г збільшиться на 25 %
3. Як змінюються маса та вага тіла, яке переміщують з екватора на полюс Землі?
- А маса залишається незмінною, а вага збільшується
 Б маса залишається незмінною, а вага зменшується
 В маса збільшується, а вага залишається незмінною
 Г маса і вага залишаються незмінними
4. На малюнку показано важіль, до якого з одного боку підвішені однакові тягарці масою по 200 г кожен. Важіль перебуває в рівновазі. Визначте покази динамометра.
- А 0,36 Н
 Б 3,6 Н
 В 0,63 Н
 Г 6,3 Н



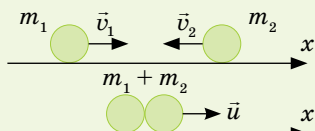
5. Визначте, з яким прискоренням опускається ліфт масою 250 кг, якщо сила натягу троса, на якому він висить, дорівнює 2000 Н. Вважайте, що $g = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$.
6. Тіло масою 3 кг, до якого прикріплена пружина, рівномірно тягнуть по поверхні стола, що має коефіцієнт тертя 0,5. Визначте жорсткість пружини, якщо вона видовжилася при цьому на 5 см. Вважайте, що $g = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$.



Ментальна карта

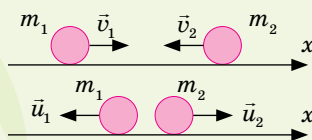
$$m_1 \vec{v}_1 + m_1 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$$

$$m_1 v_1 - m_1 v_2 = (m_1 + m_2) u$$



Непружний

$$m_1 \vec{v}_1 + m_1 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$



Пружний

Удар

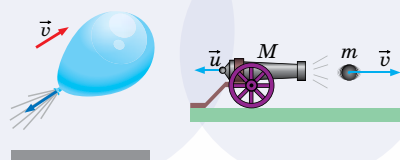
С. П. Корольов



В. П. Глушко



Реактивний рух



ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ



Кінетична енергія — це фізична величина, яка характеризує рухоме тіло.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Механічна енергія — фізична величина, яка характеризує здатність тіла виконувати роботу.

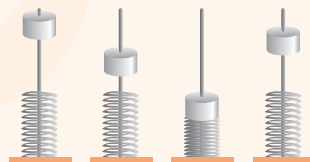
Потенціальна енергія — це енергія взаємодії тіл або частин тіла, яка визначається їх взаємним положенням.

Тіла, піднятого над землею

$$E_n = mgh$$

$$E_n = mgh > 0$$

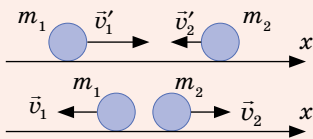
$$E_n = 0$$



Пружно деформованої пружини

$$E_n = \frac{kx^2}{2}$$

$$m_1 \vec{v}'_1 + m_1 \vec{v}'_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$



Закон збереження імпульсу

Імпульс тіла — це фізична величина, що характеризує механічний рух і дорівнює добутку маси тіла m на його швидкість.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Замкнена (ізольована) система — це система тіл, які взаємодіють лише між собою й не взаємодіють з тілами, що не входять до цієї системи.

Імпульсом сили називають добуток середнього значення сили F за певний інтервал часу та тривалості цього інтервалу t .

$$\vec{F}t = \vec{p} - \vec{p}_0$$

Потужність — це фізична величина, яка характеризує швидкість виконання роботи і визначається відношенням роботи до часу, за який її було виконано.

$$N = \frac{A}{t}$$

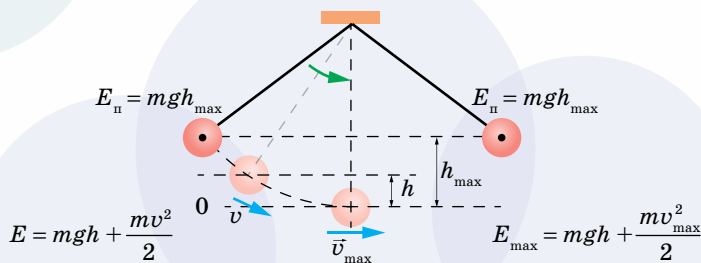
Механічна робота — це фізична величина, яка характеризує дію сили і визначається добутком F сили на шлях s , пройдений тілом у напрямку дії сили.

$$A = Fs$$

Коефіцієнт корисної дії (ККД) — це фізична величина, що показує ефективність роботи механізму і чисельно дорівнює відношенню корисної роботи до витраченої (повної) роботи.

$$\eta = \frac{A_{\text{кор.}}}{A_{\text{пов.}}} \cdot 100\%$$

Закон збереження і перетворення повної механічної енергії



§ 12

Імпульс.

Закон збереження імпульсу

Імпульс тіла та імпульс сили. Термін «імпульс» походить від лат. *impulsus*, що означає «поштовх». У механіці використовують дві величини — імпульс тіла та імпульс сили.

Запишемо другий закон Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$ в іншому вигляді. За визначенням прискорення $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}$, де $\vec{v} - \vec{v}_0$ — зміна швидкості, Δt — час, за який ця зміна відбувається, а отже, і час дії сили. Підставимо цей вираз у формулу закону й отримаємо: $\vec{F}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0$. Добуток $m\vec{v}$ називають *імпульсом тіла*, а добуток $\vec{F}\Delta t$ — *імпульсом сили*.

Імпульс тіла, або кількість руху \vec{p} (так називав цю величину Ньютон), — це фізична величина, що характеризує механічний рух і дорівнює добутку маси тіла m на його швидкість \vec{v} : $\vec{p} = m\vec{v}$.

Одиниця імпульсу тіла — кілограм на метр за секунду: $1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Імпульсом сили називають добуток середнього значення сили F за певний інтервал часу та тривалості цього інтервалу Δt . Позначається: $\vec{F}\Delta t$.

Одиниця імпульсу сили — ньютон-секунда: $1 \text{ Н} \cdot \text{с}$.

Імпульс сили — це складна фізична величина, яка одночасно враховує вплив модуля, напрямку і часу дії сили на зміну стану руху тіла.

Отже, через поняття імпульсу другий закон Ньютона записують так: $\vec{F}\Delta t = \vec{p} - \vec{p}_0$; $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$. *Зміна кількості руху тіла дорівнює імпульсу всіх сил, що на нього діють.*

Саме в такому вигляді другий закон динаміки був сформульований самим Ньютоном.

Імпульс тіла та імпульс сили є векторними величинами. Вектор імпульсу напрямлений так само, як і вектор швидкості руху тіла, а вектор імпульсу сили — так, як вектор сили.

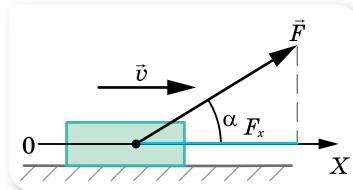
Із цієї формули другого закону Ньютона випливає:

- ▶ одна й та сама сила, що діє протягом одного й того самого інтервалу часу, викликає в будь-якого тіла однакову зміну імпульсу;
- ▶ одна й та сама сила, що діє протягом одного й того самого інтервалу часу, викликає в тіл різної маси різну зміну швидкості;
- ▶ однакові наслідки взаємодії можуть бути отримані в разі, коли на тіло діє незначна сила, але протягом тривалого часу, і в разі, якщо велика сила діє короткочасно.

Останній висновок широко використовується і враховується в техніці та побуті. Так, правила роботи на баштових кранах забороняють піднімати великі вантажі ривком, оскільки для зміни імпульсу вантажу за дуже короткий час потрібно прикласти дуже велику силу, що може спричинити розрив тросів. Так само пояснюється обривання гички буряка чи моркви, якщо різко смикнути за них.

Для «пом'якшення удару» при гальмуванні на різних видах транспорту застосовують ресори та амортизатори — пристрої, за допомогою яких збільшується час гальмування й тим самим зменшується сила удару.

Якщо сила діє під певним кутом до напрямку руху тіла, то зміна імпульсу визначається проекцією цієї сили на вісь, спрямовану вздовж напрямку руху (мал. 67).



Мал. 67. Зміну імпульсу тіла визначає проекція сили \vec{F} на вісь X , напрямком якої збігається з напрямком його руху

Системи тіл. Закон збереження імпульсу. У природі всі тіла взаємодіють між собою. Проте взаємодія з деякими тілами настільки незначна, що її можна не враховувати. Для цього у фізиці використовують поняття *ізолюваної, або замкненої, системи тіл*.

Замкнена (ізолювана) система — це система тіл, які взаємодіють лише між собою й не взаємодіють з тілами, що не входять до цієї системи.

Імпульс системи \vec{p}_c — це векторна сума імпульсів тіл системи:
$$\vec{p}_c = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i, \text{ або } \vec{p}_c = m_c \vec{v}_c$$
 — імпульс системи тіл дорівнює добутку маси системи тіл m_c на швидкість руху центра мас системи \vec{v}_c .

Сили, з якими взаємодіють тіла, що входять до замкненої системи, називають *внутрішніми*. Тож можна стверджувати, що на замкнену систему не діють зовнішні сили.

Нехай замкнена система містить два тіла масами m_1 і m_2 , які в початковий момент часу у вибраній інерціальній системі відліку мали швидкості \vec{v}_1 і \vec{v}_2 . Через деякий час їх швидкості внаслідок взаємодії змінилися до \vec{v}'_1 та \vec{v}'_2 . За третім законом Ньютона тіла взаємодіють із силами, рівними за модулем і протилежними за напрямком, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Виразимо ці сили за другим законом Ньютона, записавши його через імпульси:
$$\vec{F}_1 = m_1 \frac{\vec{v}'_1 - \vec{v}_1}{\Delta t},$$

$$\vec{F}_2 = m_2 \frac{\vec{v}'_2 - \vec{v}_2}{\Delta t}. \text{ Тоді } \frac{m_1 \vec{v}'_1 - m_1 \vec{v}_1}{\Delta t} = - \frac{m_2 \vec{v}'_2 - m_2 \vec{v}_2}{\Delta t}.$$

Якщо записати імпульси тіл до взаємодії по один бік від знака рівності, а після взаємодії — по інший, то отримаємо вираз $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$, який називається **законом збереження імпульсу**.

Геометрична сума імпульсів тіл, які утворюють замкнену систему, залишається сталою під час будь-яких рухів і взаємодій тіл системи.

Виконання закону збереження імпульсу ми показали на прикладі системи, що складається з двох взаємодіючих тіл. Закон виконується і для *ізолюваної системи з довільною кількістю тіл*.

Зазначимо, що закон збереження імпульсу можна застосовувати і для неізолюваних систем за умови, що сума імпульсів зовнішніх сил дорівнює нулю.

Ми отримали закон збереження імпульсу, виходячи із законів Ньютона, але потрібно наголосити, що закон збереження імпульсу не є наслідком законів Ньютона. Це — *самостійний фундаментальний закон природи*, тобто він виконується для тіл макро- та мікросвіту. Згідно із цим законом, щоб не відбулось у замкненій системі (співудари, вибухи, хімічні реакції тощо), імпульс системи тіл залишається незмінним. Це дає змогу аналізувати рух тіл системи навіть у тих випадках, коли внутрішні сили невідомі.

Одним із прикладів прояву закону збереження імпульсу є *удар*. Під ударом розуміють таку взаємодію тіл, яка здійснюється миттєво. Як правило, під час удару взаємодія відбувається через сили пружності, які виникають у тілах унаслідок їх деформації під час стискання. Якщо після удару розміри й форма взаємодіючих тіл повністю відновлюються, то такий удар називають *абсолютно пружним*.

У природі спостерігаються також взаємодії, які називають *непружними*. У разі абсолютно neprужного удару утворюється нове тіло, маса якого дорівнює сумі мас тіл, що взаємодіяли.



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗУМІЮ

1. Що таке імпульс тіла та імпульс сили? Який між ними зв'язок?
2. Як залежить зміна імпульсу тіла від значення сили й часу її дії?
3. Як розрахувати зміну імпульсу тіла, якщо сила діє під кутом до його переміщення? Як розрахувати зміну імпульсу тіла, якщо воно змінює напрямок руху?
4. Яку систему тіл називають замкненою?
5. Сформулюйте закон збереження імпульсу.



Приклади розв'язування задач

Задача 1. Тіло летить у горизонтальному напрямку зі швидкістю $10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Під час польоту воно розламалося на дві частини, маси яких 1 та 1,5 кг.

Швидкість більшого уламка залишилася горизонтальною і зросла до $25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Визначте величину та напрямок швидкості меншого уламка.

Дано:

$$v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$

$$m_2 = 1,5 \text{ кг}$$

$$v_2 = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_1 = ?$$

Розв'язання:

Коли тіло було цілим, повний імпульс становив $(m_1 + m_2)\vec{v}_0$, після розламування його імпульс став $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$.

За законом збереження імпульсу:

$$(m_1 + m_2)\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2.$$

Виберемо додатний напрямок осі X уздовж руху більшого уламка.

Оскільки напрямок руху меншого уламка невідомий, то припустимо, що після розламування він рухається в тому самому напрямку, що й більший уламок.

Запишемо рівняння з урахуванням проекції векторів швидкості на координатну вісь: $(m_1 + m_2)v_0 = m_1v_1 + m_2v_2$, звідки $v_1 = \frac{(m_1 + m_2)v_0 - m_2v_2}{m_1}$.

$$\text{Обчислимо } v_1 = \frac{2,5 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 1,5 \text{ кг} \cdot 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{1 \text{ кг}} = -12,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Зверніть увагу! Знак «мінус» вказує на те, що швидкість меншого уламка напрямлена протилежно вибраному напрямку руху.

$$\text{Відповідь: } -12,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

ВПРАВА 12

1. Рух матеріальної точки описується рівнянням $x = 5 - 8t + 4t^2$. Вважаючи, що маса точки дорівнює 2 кг, визначте імпульс через 2 с і через 4 с після початку відліку часу.
2. М'яч масою 100 г, що летів зі швидкістю $20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, ударився об горизонтальну площину. Кут падіння (кут між напрямком швидкості й перпендикуляром до площини) дорівнює 60° . Визначте зміну імпульсу, якщо удар абсолютно пружний, а кут відбивання дорівнює куту падіння.
3. Два непружні тіла масою 2 і 6 кг рухаються назустріч одне одному зі швидкістю $2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ кожне. З якою швидкістю і в який бік рухатимуться ці тіла після удару?
4. На вагонетку масою 800 кг, яка котиться по горизонтальній колії зі швидкістю $0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, насипали зверху 200 кг щебеню. На скільки при цьому зменшилася швидкість вагонетки?
5. Із човна масою 200 кг, який рухається зі швидкістю $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, стрибає дитина, що має масу 50 кг, у горизонтальному напрямку зі швидкістю $7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Яка швидкість човна після стрибка дитини, якщо вона стрибає: а) з корми в бік, протилежний рухові човна; б) з носа човна в напрямку його руху?

§ 13 Механічна робота. Потужність

Робота сили. Якщо на тіло діє постійна сила \vec{F} і тіло здійснює в напрямку дії сили переміщення \vec{s} , то кажуть, що сила виконує *роботу*.

Механічною роботою, або роботою сили A , називають фізичну величину, що характеризує дію сили протягом певного переміщення і яка визначається скалярним добутком сили \vec{F} і переміщення \vec{s} : $A = (\vec{F} \cdot \vec{s})$.

Якщо на тіло діє постійна сила під кутом до переміщення, тоді робота виконує тільки складова сили, напрямлена вздовж переміщення і $A = Fs \cos \alpha$, де α — кут між векторами сили F і переміщення s .

Робота — величина скалярна. Одиниця роботи — джоуль: $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Часто використовують несистемну одиницю роботи кВт · год, $1 \text{ кВт} \cdot \text{год} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$.

З формули $A = Fs \cos \alpha$ випливає, що значення роботи може бути додатним, від'ємним або дорівнювати нулю, залежно від того, який кут між напрямками сили та переміщення, а саме $A > 0$, якщо $\alpha < 90^\circ$; $A = 0$, якщо $\alpha = 90^\circ$; $A < 0$, якщо $\alpha > 90^\circ$.

Наприклад, під час рівномірного підняття вантажу за допомогою підйомального крана на вантаж діє сила натягу тросу, напрямлена вгору (у напрямку руху вантажу), і сила тяжіння — напрямлена вниз (проти руху вантажу). У цьому разі робота сили натягу додатна, а робота сили тяжіння — від'ємна. Оскільки рух вантажу рівномірний, то сили рівні за модулем. Роботи сил рівні за модулем і протилежні за знаком (а не за напрямком, оскільки робота — величина скалярна).

У випадку рівномірного руху тіла по колу робота сили, що зумовлює такий рух, дорівнює нулю, оскільки вектор швидкості (а отже, і переміщення) напрямлений перпендикулярно до напрямку дії сили. Наприклад, при обертанні тіла, закріпленого на мотузці, сила натягу мотузки не виконує роботи, хоча саме вона змушує тіло так рухатися. Не виконує роботи і сила всесвітнього тяжіння, під дією якої обертаються штучні супутники Землі.

Від'ємну роботу виконують, наприклад, сили тертя. Якщо тіла зміщуються одне відносно іншого, то сила тертя завжди спрямована протилежно напрямку переміщення кожного тіла. Отже, кут між силою та переміщенням $\alpha = 180^\circ$, а $\cos \alpha = -1$. Враховуючи це, роботу сили тертя можна обчислити так: $A = F_{\text{тер}} s \cos \alpha = -\mu Ns$.

Робота сил тертя завжди приводить до нагрівання тіл, що взаємодіють, тобто до збільшення їх внутрішньої енергії.

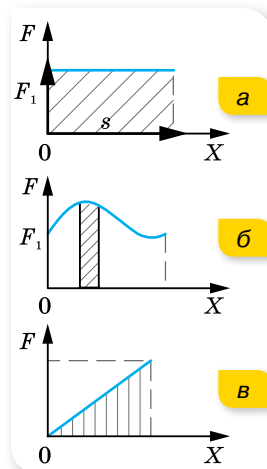
Якщо на тіло одночасно діє кілька сил, вони виконують роботу також одночасно. У цьому разі F у формулі для роботи означає *модуль рівнодійної всіх сил*.

Тоді, коли траєкторія руху складна і сила змінює свій напрямок, потрібно обчислити роботу на окремих послідовних ділянках траєкторії, у межах яких значення сили F і кута α є сталими.

Графічний метод обчислення роботи сили. Нехай на тіло діє постійна за величиною і напрямком сила, під дією якої воно переміщається на відстань s . Тоді, відклавши у вибраному масштабі по осі ординат значення сили F , а по осі абсцис — переміщення, з'ясуємо, що робота у вибраному масштабі дорівнює площі прямокутника, обмеженого віссю абсцис і графіком сили (мал. 68, а).

Якщо сила, що діє на тіло, змінюється, то для обчислення роботи цієї сили переміщення розбивають на елементарні ділянки, у межах яких силу можна вважати постійною величиною. Визначивши роботу на кожному елементарному переміщенні (мал. 68, б) й обчисливши алгебраїчну суму цих робіт, отримуємо значення повної роботи змінної сили, яка дорівнює площі фігури, обмеженої віссю абсцис і графіком сили (мал. 68, в).

У випадку, коли сила змінюється в будь-який момент часу на одну й ту саму величину, тобто сила пропорційна переміщенню, $F = ks$ (наприклад, сила пружності), то значення роботи чисельно дорівнює площі трикутника, утвореного віссю абсцис і графіком сили (мал. 68, в), тобто $A = \frac{F}{2}s$.



Мал. 68.
Графічний метод визначення роботи

Потужність. Швидкість виконання роботи характеризується такою величиною, як *потужність*.

Потужність, N — скалярна фізична величина, яка характеризує швидкість перетворення енергії з одного виду в інший (іншими словами — швидкість виконання роботи). Дорівнює роботі A , виконаній за одиницю часу t :

$$N = \frac{A}{t} = \frac{\Delta E}{t}.$$

Одиницею потужності є ват: $1 \text{ Вт} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$. (Потужність раніше вимірювали кінськими силами, $1 \text{ к. с.} = 735 \text{ Вт}$.)

Розглянута формула описує середню потужність. Якщо зменшувати інтервал часу, протягом якого виконується робота, можна визначити *миттєву потужність*.

Миттєва потужність визначається добутком проекції сили, що діє на тіло, і швидкістю, напрямленою в напрямку переміщення: $N = v_x F_x$.

Ця закономірність практично виявляє себе під час руху транспортних засобів. За рівномірного руху транспорту двигун виконує роботу проти сил

опору. І від того, наскільки великою є ця сила, залежить швидкість руху. Дійсно, $v = \frac{N}{F}$, тобто швидкість транспортного засобу під час рівномірного руху пропорційна потужності й обернено пропорційна силі опору.

Для довільного змінного руху тіла можна також визначити середню потужність $N_{\text{сер}}$ через середню швидкість $v_{\text{сер}}$:

$$N_{\text{сер}} = Fv_{\text{сер}}.$$

Коефіцієнт корисної дії. Кожний вид енергії може перетворюватися повністю в довільний інший вид енергії. Однак у всіх реальних енергетичних машинах, крім перетворень енергії, для яких використовуються ці машини, відбуваються перетворення енергії, які називають втратами енергії. Що менше втрачається енергії, то досконалішою є машина. Ступінь досконалості машини характеризується *коефіцієнтом корисної дії (ККД)*.

ККД, η — це відношення корисної роботи до затраченої (або відношення відповідних потужностей):

$$\eta = \frac{A_{\text{кор}}}{A_{\text{затр}}} = \frac{N_{\text{кор}}}{N_{\text{затр}}}.$$

У СІ η визначається в частках одиниці, а поза СІ — у відсотках.

Коефіцієнт корисної дії завжди менший від одиниці. Знаючи ККД певного двигуна чи машини, можна обчислити виконану корисну роботу: $A_{\text{кор}} = \eta A_{\text{затр}}$, або корисну потужність: $N_{\text{кор}} = \eta N_{\text{затр}}$.



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗЦІМЮ

1. Яку роботу називають механічною? Яка формула виражає її зміст? У яких випадках про силу можна сказати, що вона виконує роботу?
2. Коли сила виконує додатну роботу, а коли — від'ємну? За якої умови сила, прикладена до рухомого тіла, не виконує роботу?
3. Що називається потужністю? Як її обчислити?
4. Що показує коефіцієнт корисної дії?



Приклади розв'язування задач

Задача 1. Двоє людей пересувають рівномірно по підлозі ящик, при цьому одна людина штовхає його із силою 300 Н під кутом 30° до підлоги, а інша — тягне його з такою самою силою за мотузку, що утворює з підлогою кут 45° . Яку роботу виконали люди, рівномірно пересунувши ящик на відстань 20 м?

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$F_1 = F_2 = 300 \text{ Н}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

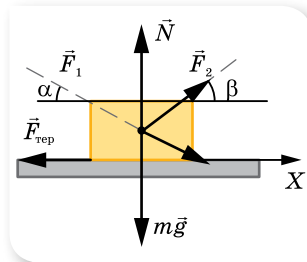
$$s = 20 \text{ м}$$

$$A = ?$$

Розв'язання:

Спрямуємо вісь X у напрямку руху (мал. 69) і вкажемо сили, що діють на ящик.

За другим законом Ньютона $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$, оскільки рух рівномірний.



Мал. 69

У проекції на вісь X : $F_1 \cos \alpha + F_2 \cos \beta - F_{\text{тер}} = 0$.

Корисна робота затрачується на подолання сили тертя, тому $A = (F_1 \cos \alpha + F_2 \cos \beta) \cdot s$.

$$A = (300 \text{ Н} \cdot \cos 30^\circ + 300 \text{ Н} \cdot \cos 45^\circ) \cdot 20 \text{ м} = 9,4 \text{ кДж.}$$

Відповідь: 9,4 кДж.

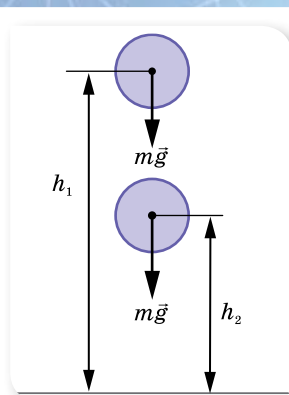
ВПРАВА 13

1. Сплавник, пересуваючи багром пліт, прикладає до багра силу 200 Н. Яку роботу виконує сплавник, переміщаючи пліт на відстань 10 м, якщо кут між напрямком сили і напрямком переміщення становить 45° ?
2. На яку відстань було переміщено санки, якщо до мотузки санок прикладено силу 23 Н під кутом 30° до напрямку руху й виконано роботу 1,2 кДж?
3. Яку роботу треба виконати, щоб по похилій площині з кутом нахилу 30° підняти вантаж масою 400 кг на висоту 2 м з коефіцієнтом тертя 0,3? Який при цьому ККД?
4. По горизонтальній дорозі починають везти санки з вантажем за мотузку, що утворює з горизонтом кут 30° , прикладаючи зусилля 450 Н. Визначте роботу за 10 с руху, якщо відомо, що за 20 с руху санки набувають швидкості $6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
5. Віконну штору масою 1 кг і завдовжки 2 м, відкриваючи вікно, скручують у тонкий валик біля верхньої частини вікна. Яку при цьому виконують роботу?
6. Із шахти завглибшки 200 м піднімають тягар масою 500 кг на канаті, кожний метр якого має масу 1,5 кг. Яка робота виконується за час піднімання тягаря? Який ККД установки?

§ 14

Потенціальна енергія

Робота сили тяжіння. Роботу сили можна обчислити за формулою $A = Fs$, підставляючи замість F вираз відповідної сили (сили тяжіння, сили пружності, сили тертя). З'ясуємо, якого вигляду набуде формула для обчислення роботи сили тяжіння.



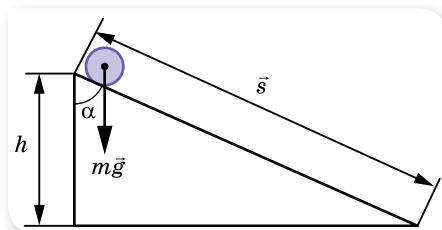
Мал. 70

Розглянемо випадок *вільного падіння*. Нехай тіло масою m падає з деякої висоти h_1 до висоти h_2 (мал. 70). При цьому воно здійснює переміщення $s = h_1 - h_2$. На тіло діє постійна сила тяжіння $F = mg$. Оскільки напрямки переміщення і сили тяжіння збігаються, робота сили тяжіння $A = Fs = mg(h_1 - h_2)$.

Висоти h_1 і h_2 можуть вимірюватися від будь-якого вибраного нами рівня: від рівня поверхні Землі, від дна ями, від поверхні стола тощо. Висоту рівня, вибраного за початок відліку, називають *нульовим рівнем*.

Якщо тіло падає з деякої висоти h до нульового рівня, то робота сили тяжіння додатна: $A = mgh$. Якщо тіло, кинуте вертикально вгору з нульового рівня, піднімається на висоту h над ним, то робота сили тяжіння від'ємна: $A = -mgh$.

Розглянемо випадки, коли тіло рухається не по вертикалі. Наприклад, нехай тіло масою m скочується *без тертя* по похилій площині висотою h . У такому випадку тіло здійснює переміщення s , яке дорівнює довжині похилої площини (мал. 71). Оскільки напрямок вектора переміщення й напрямок вектора сили тяжіння утворюють кут α , то в цьому разі робота сили тяжіння $A = Fs \cos \alpha = mgs \cos \alpha$.



Мал. 71. Робота сили тяжіння під час руху тіла похилою площиною

Як видно з малюнка, $s \cos \alpha = h$, отже, $A = mgh$. Отриманий вираз для роботи сили тяжіння під час руху тіла по похилій площині збігається з відповідним виразом для вертикального руху тіла. Це означає, що робота сили тяжіння не залежить від траєкторії руху тіла, а визначається лише різницею висот початкового і кінцевого положень тіла.

Зверніть увагу! Якщо робота сил поля, які діють на тіло, що переміщається в ньому, не залежить від траєкторії тіла, і визначається лише його початковим і кінцевим положенням, то таке поле є *потенціальним*.

Якщо тіло після спуску будь-якою траєкторією повертається в початкове положення, то робота по такій замкненій траєкторії дорівнює нулю.

Потенціальна енергія тіла, піднятого над землею. У формулі для роботи сили тяжіння $A = mgh_1 - mgh_2$ перший член характеризує початкове положення тіла, а другий — кінцеве. Величина mgh_1 — це потенціальна

енергія тіла в початковому стані, а mgh_2 — потенціальна енергія тіла в кінцевому стані. Позначивши $mgh_1 = E_{п1}$ та $mgh_2 = E_{п2}$, можна записати: $A = E_{п1} - E_{п2} = \Delta E_{п}$. Робота сили тяжіння дорівнює зміні потенціальної енергії тіла з протилежним знаком. Знак «мінус» вказує на те, що коли сила тяжіння сама виконує роботу (тіло падає вниз), потенціальна енергія тіла зменшується. Якщо тіло кинути вертикально вгору, то робота сили тяжіння від'ємна, а потенціальна енергія тіла збільшується. Кінетична енергія тіла при цьому змінюється навпаки: під час падіння — збільшується; під час піднімання вгору — зменшується.

На відміну від кінетичної енергії, яка залежить від швидкості руху тіла, потенціальна енергія може бути відмінною від нуля навіть тоді, коли тіло перебуває у стані спокою. Наприклад, вантаж масою m , який піднято за допомогою піднімального крана на певну висоту h й утримується у спокої, має потенціальну енергію mgh . Якщо надати вантажу можливість упасти, то сила тяжіння виконає роботу, яка дорівнює потенціалній енергії вантажу.

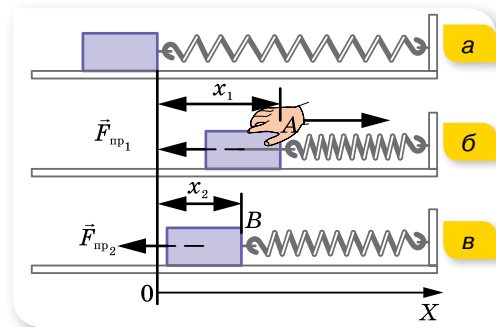
Робота сили пружності. Сила пружності — це сила, що виникає під час деформації тіла й може бути визначена за законом Гука: $\vec{F}_{пр} = -k\vec{x}$.

Виведемо формулу для обчислення роботи сили пружності на прикладі деформованої пружини. Розглянемо пружину, до одного кінця якої закріплено тягарець (мал. 72, а). Стискатимемо пружину в напрямку осі X . При цьому виникає сила пружності, напрямлена у протилежний бік. Вкороченню пружини на x_1 відповідає сила пружності, проекція якої на вісь X : $F_{пр1} = -kx_1$ (мал. 72, б).

Відпустимо пружину. Тягарець почне рухатись у протилежному напрямку під дією сили пружності, яка виконує при цьому додатну роботу, оскільки напрямки сили пружності та переміщення тягарця збігаються (мал. 72, в). Нехай у деякий момент часу тягарець опинився в точці B , сила пружності, що діє в цій точці, уже буде $F_{пр2} = -kx_2$. Переміщення, яке здійснив тягарець, $\vec{s} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$, або у проекції на вісь X : $s_x = -(x_1 - x_2)$.

Як відомо, щоб визначити роботу, необхідно перемножити модулі сили пружності та переміщення. Але під час руху тягарця видовження пружини постійно змінюється, отже, і сила пружності при цьому також постійно змінюється. Тому у формулу роботи підставляють середнє значення сили пружності $F_c = \frac{(-kx_1) + (-kx_2)}{2} = -\frac{k}{2}(x_2 + x_1)$. Вираз для обчислення

роботи сили пружності набуває вигляду $A = F_c s = -\frac{k}{2}(x_2 + x_1) \cdot (x_2 - x_1)$.



Мал. 72. До розрахунку роботи сили пружності

Оскільки $(x_2 + x_1)(x_2 - x_1) = x_2^2 - x_1^2$, то $A = -\frac{k}{2}(x_2^2 - x_1^2) = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right)$.

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла. В одержаній формулі для обчислення роботи сили пружності перший член характеризує кінцеве положення тягарця (або краю пружини), а другий — початкове,

до того ж $\left[\frac{kx^2}{2}\right] = \frac{H \cdot m^2}{m} = H \cdot m = \text{Дж}$.

Величину $\frac{kx^2}{2}$ називають *потенціальною енергією пружно деформованого тіла*. Позначивши $E_{n1} = \frac{kx_1^2}{2}$ і $E_{n2} = \frac{kx_2^2}{2}$, можна записати: $A = -(E_{n2} - E_{n1}) = -\Delta E_n$. Робота сили пружності дорівнює зміні потенціальної енергії пружно деформованого тіла, взятій із протилежним знаком.

Як видно, робота сили пружності залежить лише від початкового і кінцевого станів пружини, тому так само, як і робота сили тяжіння, не залежить від форми траєкторії. А якщо траєкторія замкнена, робота дорівнює нулю.



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗУМІЮ

1. Тіло кинуте вертикально вгору. Вкажіть, додатну чи від'ємну роботу виконує сила тяжіння: а) під час піднімання тіла; б) під час його падіння.
2. Чи залежить робота сили тяжіння від траєкторії руху тіла в полі тяжіння Землі? Чому дорівнює робота сили тяжіння по замкненій траєкторії?
3. Чому дорівнює потенціальна енергія тіла, що перебуває на деякій висоті над Землею? Як змінюється потенціальна енергія тіла під час його руху вгору?
4. Чому під час розрахунків роботи сили пружності використовують її середнє значення?
5. Що спільного у виразах для роботи сили пружності та роботи сили тяжіння? Що спільного в потенціальних енергіях тіла, на яке діє сила тяжіння, і тіла, на яке діє сила пружності?



Приклади розв'язування задач

Задача 1. Яку роботу потрібно виконати: а) щоб тіло масою 20 кг підняти на висоту 20 м; б) це саме тіло підняти рівноприскорено зі стану спокою на таку саму висоту за 10 с? Опором повітря знехтуйте.

Дано:

$$m = 20 \text{ кг}$$

$$h = 20 \text{ м}$$

$$t = 10 \text{ с}$$

$$a) A = ? \quad б) A = ?$$

Розв'язання:

а) У першому випадку необхідно виконати роботу з подолання лише сили тяжіння, що діє на тіло: $A = mgh$.

$$A = 20 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 20 \text{ м} = 3920 \text{ Дж}$$

б) У другому випадку до тіла має бути прикладена сила, що долає силу земного тяжіння й надає тілу прискорення (мал. 73). Визначимо цю силу з другого закону Ньютона: $\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$.

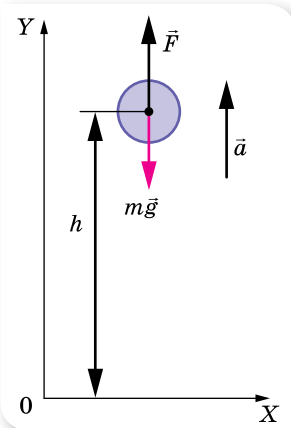
У проекціях на вісь Y (мал. 125): $F = mg + ma$.
Тоді затрачена робота $A = mh(g + a)$.

Прискорення руху тіла визначаємо з формул кінематики $h = \frac{at^2}{2}$, звідки $a = \frac{2h}{t^2}$. Отримуємо:

$$A = mh \left(g + \frac{2h}{t^2} \right).$$

$$A = 20 \text{ кг} \cdot 20 \text{ м} \left(9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \frac{2 \cdot 20 \text{ м}}{10^2 \text{ с}^2} \right) = 4080 \text{ кДж}.$$

Відповідь: а) 3,92 кДж; б) 4,08 кДж.



Мал. 73. Піднімання тіла з прискоренням

Задача 2. Дві пружини, жорсткості яких 3 і $2 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$, з'єднали послідовно й розтягнули за кінці на 10 см. Яку при цьому виконали роботу?

Дано:

$$k_1 = 3 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$

$$k_2 = 2 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$

$$x = 0,1 \text{ м}$$

$$A = ?$$

Розв'язання:

За послідовного з'єднання кожна пружина зазнає відповідної деформації x_1 та x_2 , причому $x = x_1 + x_2$. (1)

Сили пружності, що виникають у пружинах у такому випадку, рівні між собою, $k_1 x_1 = k_2 x_2$.

Виразимо з останнього рівняння $x_1 = \frac{k_2 x_2}{k_1}$.

Підставимо отриманий вираз у формулу (1): $x = \frac{k_2 x_2}{k_1} + x_2$ і визначимо $x_2 = \frac{x k_1}{k_2 + k_1}$, тоді $x_1 = \frac{x k_2}{k_2 + k_1}$.

Робота дорівнює зміні потенціальної енергії системи пружин:

$$A = \frac{k_1 x_1^2}{2} + \frac{k_2 x_2^2}{2} = \frac{x^2 k_1 k_2}{2(k_2 + k_1)}.$$

Зверніть увагу! Задачу можна було б розв'язати, скориставшись формулою для знаходження коефіцієнта пружності системи послідовно

з'єднаних пружин: $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$. $A = \frac{k x^2}{2} = \frac{x^2 k_1 k_2}{2(k_2 + k_1)}$.

$$A = \frac{0,1^2 \text{ м}^2 \cdot 3 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 2 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}}}{2 \cdot \left(3 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}} + 2 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \right)} = 6 \text{ Дж}.$$

Відповідь: 6 Дж.

ВПРАВА 14

1. Баштовий кран піднімає в горизонтальному положенні сталеву балку завдовжки 5 м і перерізом 100 см^2 на висоту 12 м. Яку корисну роботу виконує кран?
2. Яку роботу виконує людина, піднімаючи тіло масою 2 кг на висоту 1 м із прискоренням $3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$?
3. Автомобіль масою 10 т рухається з вимкненим двигуном по схилу, який утворює з горизонтом кут 4° . Обчисліть роботу сили тяжіння на шляху 100 м.
4. Щоб стиснути пружину дитячого пружинного пістолета на 3 см, приклали силу 20 Н. Визначте потенціальну енергію стиснутої пружини.
5. Потужність гідроелектростанції становить 73,5 МВт, ККД — 0,75. Визначте, на який рівень гребля піднімає воду, якщо витрата води становить $10^3 \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$.

§ 15

Кінетична енергія. Закон збереження енергії

Кінетична енергія. Розглянемо тіло, до якого прикладена постійна сила \vec{F} (вона може бути і рівнодієюною кількох сил, прикладених до тіла). Ця сила надає тілу прискорення, тобто змінює швидкість руху тіла й виконує роботу, оскільки тіло здійснює переміщення під дією цієї сили. Отже, між роботою та зміною швидкості має існувати зв'язок.

Розглянемо випадок, коли напрямки дії сили та переміщення однакові. Робота сили в цьому разі обчислюється за формулою $A = Fs$. Силу можна визначити за другим законом Ньютона $F = ma$, а переміщення — за формулами кінематики $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$, де v , v_0 — модулі векторів швидкості на

початку і в кінці ділянки s . Таким чином, $A = ma \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$.

Отже, для обчислення роботи достатньо знати масу тіла та його початкову і кінцеву швидкості руху. Вираз $\frac{mv^2}{2}$ називають *кінетичною енергією* й позначають E_k .

Через поняття кінетичної енергії вираз $A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$ можна записати у вигляді $A = E_k - E_{k0}$, або $A = \Delta E_k$, тобто робота сили (рівнодіючої сил) дорівнює зміні кінетичної енергії тіла. Це твердження називають *теоремою про кінетичну енергію*.

Теорему про кінетичну енергію ми отримали з другого закону Ньютона, тому можна стверджувати, що вона є ще однією формою запису другого закону Ньютона. Теорема про кінетичну енергію справджується для будь-яких сил (сил пружності, сил тяжіння, сил тертя).

Кінетична енергія E_k — це фізична величина, яка характеризує стан рухомого тіла. Вона дорівнює половині добутку маси тіла на квадрат його швидкості: $E_k = \frac{mv^2}{2}$.

Одиницею енергії є джоуль.

Нехай тілу масою m , яке перебуває в стані спокою, необхідно надати швидкості v . Для цього прикладена до тіла сила має виконати роботу $A = \frac{mv^2}{2} - 0 = \frac{mv^2}{2}$. Тіло набуде кінетичної енергії. І навпаки, рухоме тіло

із запасом кінетичної енергії, втративши її, саме може виконати роботу, наприклад, зрушити з місця інше тіло, що трапиться на його шляху.

Значення кінетичної енергії тіла залежить від вибору системи відліку. Швидкість тіла, виміряна в різних системах відліку, має різні значення, тому й кінетична енергія тіла сталої маси матиме різні значення в різних системах відліку.

Закон збереження механічної енергії. Розглянемо дію закону збереження і перетворення енергії в замкненій системі, у якій тіла взаємодіють одне з одним силами пружності або (та) силами тяжіння й жодні зовнішні сили на них не діють. Така система може мати як кінетичну, так і потенціальну енергію. Кінетичну — унаслідок руху тіл системи, потенціальну — внаслідок їх взаємодії.

Як ми вже з'ясували, за будь-яких взаємодій тіл робота сил пружності (тяжіння) визначається зміною їх потенціальної енергії, взятої з протилежним знаком: $A = -(E_{п2} - E_{п1})$.

Водночас, робота тих самих сил, за теоремою про кінетичну енергію, визначається зміною їх кінетичної енергії: $A = E_{к2} - E_{к1}$. Прирівнюючи ці вирази, отримаємо: $-(E_{п2} - E_{п1}) = E_{к2} - E_{к1}$, або $E_{к1} + E_{п1} = E_{к2} + E_{п2}$.

Суму кінетичної та потенціальної енергій тіла називають **повною механічною енергією** тіла: $E = E_k + E_p$.

Кінетична і потенціальна енергії тіл можуть змінюватися з часом, але в замкненій системі їх сума залишається сталою. **Закон збереження і перетворення повної механічної енергії** формулюють так:

повна механічна енергія замкненої системи тіл, які взаємодіють силами тяжіння або (та) пружності, залишається незмінною за будь-яких взаємодій тіл між собою.

Формулюючи цей закон, завжди підкреслюють, що він справджується лише тоді, коли тіла взаємодіють силами пружності або (та) тяжіння без дії сторонніх сил.

Наприклад, якщо підняти над сталеною плитою сталеву кульку й випустити потім її з рук, вона падатиме. У міру падіння кульки її потенціальна енергія меншає, а кінетична — більшає, бо зростає швидкість руху кульки. Від удару кульки об плиту деформуються і кулька, і плита, а кінетична

енергія, яку мала кулька, перетворюється в потенціальну енергію деформованих плити і кульки. Потім унаслідок дії сил пружності плита і кулька наберуть своєї початкової форми, кулька відскочить від плити, а її потенціальна енергія знову перетвориться в кінетичну енергію кульки: кулька підскочить угору зі швидкістю, що дорівнює швидкості, яку вона мала в момент удару об плиту. Під час піднімання вгору швидкість кульки, а отже, і її кінетична енергія, зменшується, потенціальна енергія зростає. У верхній точці підйому вся кінетична енергія кульки знову перетворюється в потенціальну.

Якщо в системі діють сили тертя (опір повітря, внутрішнє тертя в речовині кульки і плити), повна механічна енергія не залишається сталою.

Робота сили тертя завжди від'ємна, тому повна механічна енергія тіла, на яке діє лише ця сила, поступово зменшується. Робота сил тертя завжди приводить до нагрівання взаємодіючих тіл, тобто до збільшення їх внутрішньої енергії.

Якщо система незамкнена і в ній діють сили тертя (опору), то зміна механічної енергії системи дорівнює сумі робіт зовнішніх сил і внутрішніх сил тертя, тобто $A + A_{\text{оп}} = \Delta E$.

Закон збереження і перетворення енергії дає змогу розкрити фізичний зміст поняття роботи. Робота сил тяжіння або сил пружності, з одного боку, дорівнює збільшенню кінетичної енергії, а з другого — зменшенню потенціальної енергії тіл. Таким чином, робота дорівнює зміні енергії.



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗЦІМЮ

1. Виведіть формулу для розрахунку роботи, що виконується у випадку зміни швидкості тіла.
2. Як зміниться кінетична енергія тіла, якщо сила, прикладена до тіла, виконує додатну роботу; від'ємну роботу?
3. Що таке повна механічна енергія? Сформулюйте й запишіть закон збереження повної механічної енергії.
4. У яких системах виконується закон збереження повної механічної енергії в загальному вигляді?
5. Як впливає на енергію системи тіл дія сили тертя?



Приклади розв'язування задач

Задача 1. Молотом, який падає з висоти $h = 12$ м, забивають палю. Від удару паля заглиблюється в землю на $s = 2$ см. Визначте середню силу удару F_c і його тривалість τ , якщо маса молота $m = 5 \cdot 10^2$ кг, маса палі значно менша від маси молота.

Дано:

$$h = 12 \text{ м}$$

$$s = 2 \text{ см}$$

$$m = 5 \cdot 10^2 \text{ кг}$$

$$F_c = ?$$

$$\tau = ?$$

Розв'язання:

Робота, яка витрачається на подолання сил опору ґрунту, дорівнює зміні потенціальної енергії молота (мал. 74):

$$F_c s = mg(h + s). \text{ Звідси } F_c = mg \left(1 + \frac{h}{s} \right).$$

Підставляючи числові значення, отримуємо:
 $F_c \approx 3 \cdot 10^5 \text{ Н}$.

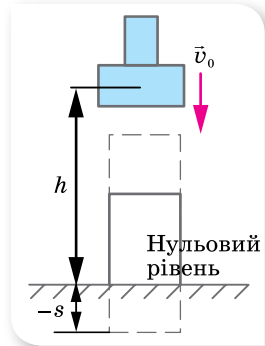
Тривалість удару визначаємо із співвідношення:

$$\tau = \frac{s}{v_c}.$$

Вважаємо рух палі у ґрунті рівносповільненим, тому $v_c = \frac{v_0 + v}{2}$. За законом збереження енергії початкова швидкість палі дорівнює швидкості молота на початку удару $v_0 = \sqrt{2gh}$, у кінці руху палі $v = 0$.

Таким чином, $\tau = \frac{2s}{\sqrt{2gh}}$, $\tau \approx 8 \cdot 10^{-3} \text{ с}$.

Відповідь: $3 \cdot 10^5 \text{ Н}$; $8 \cdot 10^{-3} \text{ с}$.



Мал. 74

Задача 2. З якої мінімальної висоти h має спускатись велосипедист, щоб проїхати за інерцією (без тертя) по внутрішній стороні велотреку у вигляді «мертвої петлі» радіусом R без відриву у верхній точці (мал. 75)?

Розв'язання:

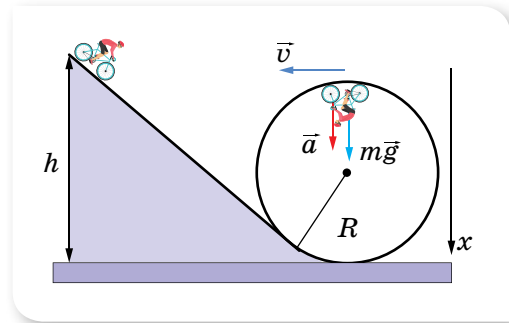
Виберемо нульовий рівень енергії. Пов'яжемо його з підніжжям гірки. Щодо цього рівня, тіло на висоті h має потенціальну енергію $E_{п1} = mgh$. У міру руху потенціальна енергія тіла зменшується й перетворюється в кінетичну енергію.

Біля підніжжя гірки потенціальна енергія тіла дорівнює нулю, а кінетична енергія максимальна й дорівнює $E_{к1} = \frac{mv_{\max}^2}{2}$.

Далі тіло, піднімаючись угору, рухається по колу. У верхній точці кола воно має швидкість v , отже, має кінетичну енергію $E_{к} = \frac{mv^2}{2}$. Ця енергія менша від кінетичної енергії, яку тіло мало біля підніжжя гірки, оскільки воно піднялося на висоту, яка дорівнює $2R$, і набуло потенціальної енергії $E_{п} = mg2R$.

Якщо втрат енергії немає, то сума потенціальної та кінетичної енергії в будь-якій точці траєкторії є величиною постійною.

Описуючи рух з точки зору перетворення енергії, проміжними етапами руху ми можемо не цікавитись. Вибираємо тільки два стани тіла — у вихідній точці та верхній точці кола. Згідно із законом збереження енергії $E_{п1} = E_{к} + E_{п}$.



Мал. 75

$$\text{Або: } mgh = \frac{mv^2}{2} + mg2R. \text{ Звідки } h = \frac{v^2}{2g} + 2R.$$

У верхній точці «мертвої петлі» на велосипедиста діє тільки сила тяжіння, оскільки сила тиску коліс на поверхню компенсується силою реакції опори.

Направимо вісь X вертикально вниз і напишемо рівняння другого закону Ньютона у векторній формі: $m\vec{a}_d = m\vec{g}$. Звідси: $a_d = g = \frac{v^2}{R}$.

$$\text{Виразимо } v^2 = Rg. \text{ Підставляємо: } h = \frac{Rg}{2g} + 2R = 2,5R.$$

Відповідь: $2,5R$.

ВПРАВА 15

1. Визначте кінетичну енергію штучного супутника Землі масою 1300 кг, який рухається по коловій орбіті на висоті 100 км над поверхнею Землі.
2. Шофер вимкнув двигун автомобіля на швидкості $72 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Здолавши після цього відстань 34 м, автомобіль зупинився. Якою була кінетична енергія автомобіля в момент вимкнення двигуна, якщо сила тертя коліс об дорогу 5880 Н? Яка маса автомобіля?
3. Яку роботу виконує сила тертя, коли автомобіль масою 1000 кг, що мав швидкість $90 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, гальмує до швидкості $54 \frac{\text{км}}{\text{год}}$?
4. Потяг на дитячій залізниці, маса якого 15 т, рушає з місця з прискоренням $1,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Визначте роботу сили тяги та роботу сили опору на перших 10 м шляху, якщо коефіцієнт опору дорівнює 0,02. Якої кінетичної енергії набув цей потяг?
5. Кулька масою 10 г, що вилітає горизонтально з пружинного пістолета, потрапляє в центр підвішеної на нитці пластилінової кулі масою 40 г і застряє в ній. Жорсткість пружини пістолета — $400 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, стиск пружини перед пострілом — 5 см. На яку висоту піднімуться кульки?

§ 16

Постулати спеціальної теорії відносності

Принцип відносності Галілея. Основою уявлень класичної фізики про простір і час було тлумачення їх як самостійних сутностей, які існують відокремлено одна від одної. Тобто час плине сам по собі, незалежно від особливостей простору, в якому відбуваються фізичні явища і процеси. Простір є «вмістилищем» усього, що існує довкола нас, і за своїми властивостями він однорідний (у будь-якій його точці властивості однакові)

та ізотропний (однаковий в усіх напрямках). Інтервал часу, протягом якого відбувається певна подія, є однаковим для будь-якого спостерігача. Як наслідок, дві події, одночасні для одного спостерігача, неминуче будуть одночасними і для будь-якого іншого.

Класичні уявлення про простір і час давали змогу знайти зручну систему відліку, відносно якої простіше було описати явища, що відбуваються в безмежному однорідному просторі й рівномірному плині часу. На підставі такого розуміння простору і часу Галілео Галілей сформулював принцип відносності, згодом покладений Ісааком Ньютоном в основу класичної механіки.

Принцип відносності Галілея: жодними дослідами, що проводяться всередині інерціальної системи відліку, неможливо встановити, перебуває ця система в спокої чи рухається рівномірно і прямолінійно.

Людина в каюті корабля може встановити факт руху тільки тоді, коли вона спостерігатиме зовнішні тіла: острів, берег моря тощо (мал. 76).

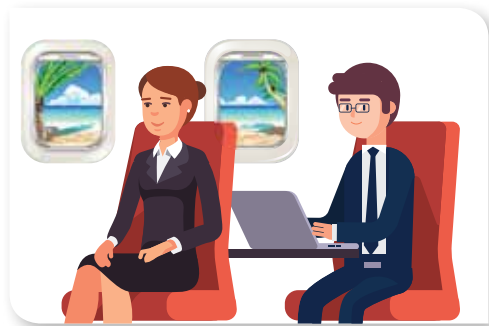
Водночас принцип відносності Галілея стверджував, що всі інерціальні системи відліку цілком рівноправні, тобто час у всіх інерціальних системах відліку вимірюють однаково, маса тіла не змінюється ($m = \text{const}$), його прискорення і сили взаємодії не залежать від швидкості руху інерціальної системи відліку. Виходячи з цього, принцип відносності Галілея можна сформулювати і так:

у будь-яких інерціальних системах відліку всі механічні явища відбуваються однаково за одних і тих самих початкових умов.

Постулати спеціальної теорії відносності. Після того як учені переконалися, що в усіх інерціальних системах механічні явища протікають однаково, у кінці XIX — на початку XX ст. були здійснені експерименти, спрямовані на виявлення таких явищ природи, які б змінювалися під час переходу з однієї інерціальної системи в іншу. Проте жодна спроба не була успішною. Теплові, електричні, оптичні, магнітні й атомні явища відбуваються в усіх інерціальних системах відліку однаково. Однаково протікають також хімічні й біологічні процеси.

У 1905 р. Альберт Ейнштейн висловив припущення про те, що *незалежність явищ природи від вибору інерціальної системи відліку є одним з основних законів Всесвіту.*

Цей постулат став першим основним положенням *спеціальної теорії відносності (СТВ).*



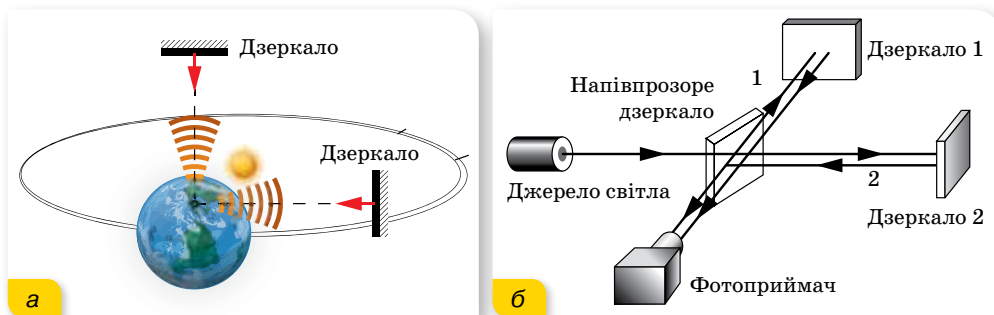
Мал. 76. До принципу відносності Галілея

Спеціальна теорія відносності (СТВ) — це фізична теорія простору — часу, що розглядає взаємозв'язок фізичних процесів, які відбуваються в інерціальних системах відліку.

Друге положення СТВ було сформульовано як результат дослідів з вимірювання швидкості світла. Швидкість світла у вакуумі $c = (2,997928 \pm 0,000004) \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}$. Виникає питання: відносно якої системи відліку визначено цю величину?

У 1881 р. американські вчені Альберт Майкельсон і Генрі Морлі провели експеримент, яким намагалися виявити вплив швидкості руху Землі навколо Сонця на швидкість поширення світла від джерела, розташованого на Землі. Пригадаємо, що згідно з класичним законом додавання швидкостей, коли тіло рухається відносно інерціальної системи зі швидкістю \vec{v}_1 , а сама система рухається зі швидкістю \vec{v}_2 відносно нерухомої системи, то швидкість v тіла відносно нерухомої системи відліку дорівнює $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

Оскільки Земля рухається по орбіті у світовому просторі (який вважався абсолютним і нерухомим), то на швидкість поширення світлового сигналу має впливати швидкість руху самої Землі. В експерименті визначали час, за який світло проходить одну й ту саму відстань у прямому і зворотному напрямках у двох випадках. В одному — світловий сигнал посилався в напрямку добового обертання Землі, а в другому — перпендикулярно до напрямку обертання Землі (мал. 77).



Мал. 77. Схема: а — дослід; б — інтерферометра Майкельсона-Морлі

Якби швидкість поширення світлового сигналу залежала від швидкості руху джерела, то цей час був би різним. Вимірювання проводилися дуже точно за допомогою спеціального приладу — інтерферометра Майкельсона. Експерименти ставили в різний час доби і в різні пори року, а результат завжди був негативним — швидкість поширення світлового сигналу була однаковою й не залежала від швидкості руху джерела.

Отже, було встановлено, що класичний закон додавання швидкостей не справджується для явищ, пов'язаних із поширенням світла. Із цього робимо висновок і про обмеженість застосування перетворень Галілея, з

яких впливає, що при складному русі швидкості руху тіл алгебраїчно додаються.

Виявились певні суперечності, які не можна було вирішити, застосовуючи закони механіки Ньютона. Учені намагалися подолати ці труднощі різними шляхами. Найреволюційнішим шляхом до розв'язання проблем підійшов Альберт Ейнштейн: не потрібно придумувати різні гіпотези — необхідно ці факти сприймати як постулати (постулат — положення, яке не можна довести логічно, це результат узагальнення дослідних фактів).

Отже, основні *постулати спеціальної теорії відносності* формулюються так:

1. Усі закони фізики в усіх інерціальних системах відліку однакові (принцип відносності Ейнштейна).
2. Швидкість поширення світла у вакуумі не залежить від швидкості руху джерела чи приймача, тобто є однаковою в усіх інерціальних системах відліку.

З другого постулату випливає, що швидкість поширення світла є максимально можливою швидкістю передавання взаємодії у природі. Жодний сигнал, жодна взаємодія тіл не може поширюватися зі швидкістю, більшою за швидкість світла.

Висновки теорії відносності є основою *релятивістської* (від. англ. *relativity* — відносність) *механіки*, що вивчає закони руху тіл, швидкість яких наближається до швидкості світла.

У повсякденному житті ми стикаємося тільки з рухом тіл зі швидкостями, набагато меншими від швидкості світла, коли всі релятивістські ефекти практично не помітні. Ми звикли до повільних рухів і позбавлені можливості уявити процеси за швидкостей, близьких до швидкості світла. Такі процеси недоступні ані нашим органам чуття, ані нашій уяві.

Але, якщо описувати реальні рухи заряджених частинок (електронів, протонів, α -частинок тощо) у прискорювачах (пристроях для отримання частинок з великою кінетичною енергією — колайдері, циклотроні тощо) та частинок високих енергій у космічних променях, виникає необхідність використовувати співвідношення саме спеціальної теорії відносності. Адже швидкість руху цих частинок наближається до швидкості поширення світла й найчастіше її виражають у частках від швидкості світла (наприклад, $v = 0,99c$, де c — швидкість поширення світла у вакуумі).

Щоб відважитися на формулювання постулатів теорії відносності, Альберту Ейнштейну потрібна була велика наукова сміливість, оскільки ці постулати суперечили класичним уявленням про простір і час. Ці два постулати змусили переглянути спрощені уявлення про простір і час, якими керувалася класична фізика, і дати узагальнене їх тлумачення.

Насамперед простір і час слід розглядати як єдиний континуум — простір-час. За таких умов кожне явище, наприклад, розглядається в чотиривимірній системі координат (x, y, z, t) , тобто кожній події, кожному явищу відповідає не лише просторова визначеність їх координат,

а й пов'язана з ними часова характеристика їх перебігу. Це не механічне об'єднання простору і часу, коли до системи координат долучається годинник, а спільна, поєднана інтерпретація явищ у просторово-часовому вимірі. Таке розуміння простору і часу (вірніше простору-часу) привело до зміни сутнісних положень фізики, зокрема одночасності подій, сповільнення часу і скорочення довжини.



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗЦІМЮ

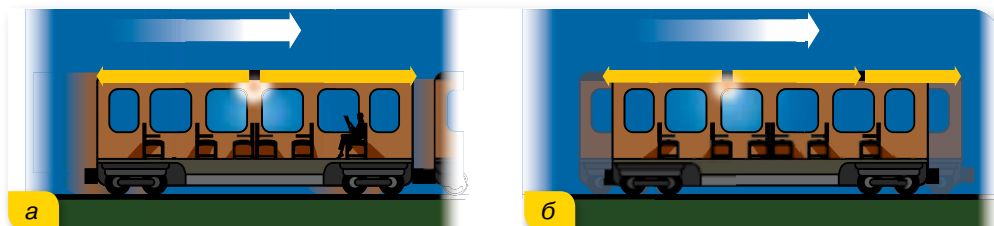
1. Сформулюйте постулати спеціальної теорії відносності.
2. Чим відрізняється перший постулат СТВ від принципу відносності в класичній механіці?

§ 17

Просторові та часові властивості фізичного світу

Відносність одночасності. Теорія відносності спростувала твердження класичної фізики про одночасність подій для будь-якого спостерігача. Розглянемо поширення світлового променя одночасно в нерухомій і рухомій системах відліку.

Нехай із середини потяга, що рівномірно рухається, посилається світловий сигнал в обидва боки (мал. 78). Спостерігач у потязі помітить, що світловий сигнал досягнув голови і хвоста потяга одночасно (мал. 78, а). Спостерігач, який стояв на платформі, зазначив, що сигнал досягнув хвоста потяга раніше, ніж голови (мал. 78, б). Оскільки за другим постулатом швидкість поширення світлового сигналу однакова в обох інерціальних системах відліку, це означає, що *час у цих системах не однаковий: що швидше рухається система відліку відносно спостерігача, то повільніше, з його погляду, у ній відбуваються події.*



Мал. 78. Приклад, що доводить неодноразність події

До початку ХХ ст. ніхто не мав сумнівів щодо абсолютності часу. Дві події, одночасні для жителів Землі, одночасні й для жителів будь-якої космічної цивілізації. Тобто одночасність у ньютонівській механіці вважається абсолютною. Але теорія відносності довела, що це не так.

Уявлення про абсолютний час, який тече раз і назавжди заданим темпом, цілком незалежно від матерії та її руху, хибне.

Події, одночасні в одній інерціальній системі відліку, не одночасні в інших інерціальних системах, що рухаються відносно першої. Одночасність подій — відносна.

Відносність інтервалів часу. Розглянемо такий уявний дослід. Припустимо, що на підлозі вагона розташоване джерело світла, а на стелі — дзеркало. Яким буде інтервал часу, протягом якого світло досягне стелі та, відбившись від дзеркала, повернеться назад?

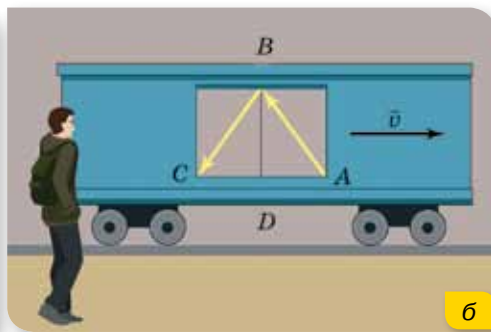
Для спостерігача у вагоні (мал. 79, а) цей час дорівнює подвоєній відстані від підлоги до стелі (висота вагона BD), поділеній на швидкість світла c : $t_0 = \frac{2BD}{c}$.

Час, виміряний за годинником, який рухається разом з тілом (у системі відліку, пов'язаній із цим тілом), називають **власним часом** t_0 .

Як бачимо, цей інтервал часу не залежить від того, нерухомий вагон чи рухається він рівномірно і прямолінійно.

Розв'яжемо задачу відносно нерухомого спостерігача (в іншій інерціальній системі відліку), відносно якого вагон рухається зі швидкістю \vec{v} праворуч (мал. 79, б).

Відносно нерухомого спостерігача світло проходить відстань $2AB$. Отже, час проходження світлового сигналу дорівнює $t = \frac{2AB}{c}$. Оскільки гіпотенуза AB більша за катет BD , то $t > t_0$. І що більшою є швидкість руху вагона v , то відчутніша ця нерівність.



Мал. 79. Поширення світлового сигналу відносно: а — спостерігача, що рухається разом із вагоном; б — відносно нерухомого спостерігача

Установимо математичну залежність між t і t_0 . Для цього обчислимо відповідні відстані $AB = ct$, $BD = ct_0$, $AD = vt$ і застосуємо теорему Піфагора: $(ct)^2 = (ct_0)^2 + (vt)^2$. Перетворимо цей вираз: $(c^2 - v^2)t^2 = c^2t_0^2$, звідки

$$t^2 = \frac{c^2 t_0^2}{c^2 - v^2} = \frac{t_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \text{ або } t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Оскільки $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$, то $t > t_0$, тобто *відносно нерухомого спостерігача подія, що відбувається в рухомій системі відліку, триває довше*. Або, іншими словами, власний інтервал часу менший від інтервалу часу, виміряного в іншій інерціальній системі відліку:
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Таким чином, простір і час, які в ньютонівській механіці вважалися незалежними, у релятивістській механіці взаємопов'язані та є чотиривимірним простором — часом.

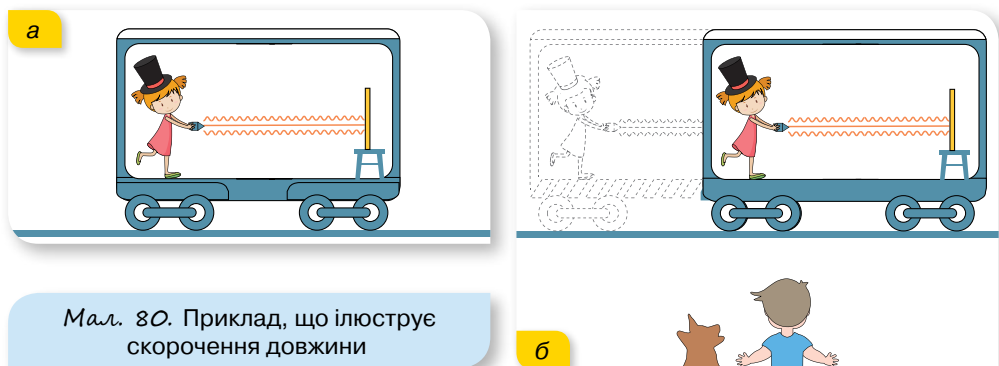
Відносність довжин. Довжина відрізка, яка в ньютонівській механіці вважалась абсолютною, також залежить від швидкості руху тіла відносно певної системи відліку.

Адже що означає — виміряти довжину відрізка? Це означає — одночасно вказати координати його початку і кінця: $l = x_2 - x_1$. Але, як ми вже знаємо, поняття одночасності є відносним. Події, одночасні в одній системі відліку, неодночасні в іншій.

Альберт Ейнштейн показав, що уявлення про абсолютну довжину відрізка виникає в нас лише тому, що ми зазвичай маємо справу зі швидкостями, набагато меншими від швидкості світла. Якщо ж система рухається відносно спостерігача зі швидкістю, близькою до швидкості світла, і в ній міститься лінійка завдовжки l_0 , то з погляду такого спостерігача довжина лінійки буде меншою: $l < l_0$.

Розглянемо це детальніше. Нехай лінійка лежить у вагоні, що рухається рівномірно і прямолінійно зі швидкістю \vec{v} . Лінійка розташована вздовж прямої, у напрямку якої відбувається рух вагона. На одному кінці лінійки закріплено джерело світла, а на іншому — дзеркало. Довжину лінійки визначимо за часом проходження світла вздовж лінійки у прямому і зворотному напрямках (мал. 80).

Для спостерігача у вагоні (мал. 80, а) цей час (власний час) дорівнює $t_0 = \frac{2l_0}{c}$, звідки $l_0 = \frac{ct_0}{2}$. Для спостерігача, відносно якого вагон, а відповідно і дзеркало, віддаляється (мал. 80, б) зі швидкістю \vec{v} , час



Мал. 80. Приклад, що ілюструє скорочення довжини

руху світлового сигналу до дзеркала буде $t_1 = \frac{l + vt_1}{c}$, а від дзеркала $t_2 = \frac{l - vt_2}{c}$. Загальний час руху $t = t_1 + t_2$. Розв'язуючи систему з трьох рівнянь, отримуємо: $t = \frac{2lc}{c^2 - v^2}$, звідки $l = \frac{c^2 - v^2}{2c} t$. (1)

Щоб знайти зв'язок між l та l_0 , пригадаємо, що відносно спостерігача у вагоні час руху сигналу $t_0 = \frac{2l_0}{c}$, а для спостерігача, відносно якого вагон

рухається, ця подія відбувається повільніше: $t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ або $t = \frac{2l_0}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

Підставляючи останній вираз у формулу (1), отримуємо:

$$l = \frac{c^2 - v^2}{2c} t = \frac{c^2 - v^2}{2c} \cdot \frac{2l_0}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} =$$

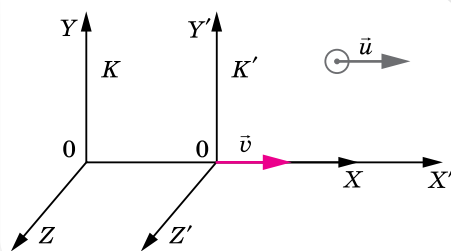
$$= \frac{c^2 - v^2}{c^2} \cdot \frac{l_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \cdot \frac{l_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Отже, якщо система рухається відносно нерухомого спостерігача зі швидкістю, близькою до швидкості світла, і в ній міститься лінійка завдовжки l_0 , то з погляду нерухомого спостерігача довжина лінійки буде

у $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ разів менша: $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

Довжина відрізка не є поняттям абсолютним, вона залежить від тієї системи відліку, відносно якої відбувається вимірювання. Довжина тіла в системі відліку, відносно якої воно перебуває у спокої, називається **власною довжиною** l_0 .

Релятивістський закон додавання швидкостей. Новим релятивістським уявленням про простір і час відповідає новий закон додавання швидкостей. Очевидно, що класичний закон додавання швидкостей уже не дійсний, бо суперечить постулату про сталість швидкості світла у вакуумі. Справді, згідно з класичним законом додавання, якщо в потязі, що рухається зі швидкістю v , відправити в напрямку руху світловий сигнал, то відносно землі його швидкість має бути $c + v$, а це суперечить другому постулату СТВ.



Мал. 81. До виведення релятивістського закону додавання

Нехай тіло рухається відносно системи K' зі швидкістю \vec{u} . Сама система K' рухається відносно системи K , яка вважається нерухомою, з постійною швидкістю \vec{v} уздовж осі X (мал. 81, с. 105).

Позначимо швидкість цього самого тіла відносно нерухомої системи K літерою \vec{w} .

Тоді **релятивістський закон додавання швидкостей** матиме вигляд:

$$\vec{w} = \frac{\vec{v} + \vec{u}}{1 + \frac{\vec{v}\vec{u}}{c^2}}, \text{ тут } \vec{u} \text{ — швидкість руху тіла відносно рухомої системи відліку } K', \vec{v} \text{ — швидкість рухомої системи } K', \text{ відносно нерухомої } K, \vec{w} \text{ — швидкість руху тіла відносно нерухомої системи відліку } K.$$

Якщо $u \ll c$ та $v \ll c$, маємо класичний закон додавання швидкостей $\vec{w} = \vec{v} + \vec{u}$.

Якщо $u = c$, то $w = \frac{v + c}{1 + \frac{vc}{c^2}} = c \frac{v + c}{v + c} = c$, як цього і вимагає другий постулат СТВ.



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗУМІЮ

1. Чому виникла необхідність у перегляді уявлень про простір і час?
2. Чому не можна стверджувати, що події, які відбуваються одночасно в одній системі відліку, є одночасними і в іншій?
3. Яка тривалість подій у різних інерціальних системах відліку?
4. Чи впливає на вимірювання лінійних розмірів тіла рух системи, у якій відбувається вимірювання?
5. Що називають власним часом і власною довжиною?
6. Чому класичний закон додавання швидкостей і другий закон динаміки Ньютона не узгоджуються з постулатами теорії відносності?



Приклади розв'язування задач

Під час розв'язування задач необхідно чітко встановити, яку систему відліку вважати рухомою, а яку — нерухомою. Визначити, яке саме тіло перебуває у стані спокою відносно рухомої системи відліку, і тоді параметри цього тіла вважати власними.

Задача 1. Система відліку K' рухається відносно системи відліку K зі швидкістю $\frac{2}{3}c$. Частинка рухається відносно системи відліку K' зі швидкістю $\frac{2}{3}c$. Визначте швидкість руху частинки в системі відліку K .

Дано:

$$v = \frac{2}{3}c$$

$$u = \frac{2}{3}c$$

$$w = ?$$

Розв'язання:

Оскільки рух усіх тіл відбувається в одному напрямку, то за релятивістським законом додавання швидкостей:

$$w = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}} = \frac{\frac{2}{3}c + \frac{2}{3}c}{1 + \frac{\frac{2}{3}c \cdot \frac{2}{3}c}{c^2}}; w = \frac{4c}{3 \cdot \left(1 + \frac{4}{9}\right)} = \frac{12}{13}c = 0,92c, \text{ тобто } w < c.$$

За класичним законом додавання швидкостей було б:

$w = \frac{2}{3}c + \frac{2}{3}c = \frac{4}{3}c = 1,33c$, тобто $w > c$, що неприпустимо, оскільки швидкість поширення світла у вакуумі є максимально можливою швидкістю передавання сигналу.

Відповідь: 0,92 c.

Задача 2. Космічні кораблі А і В віддаляються у протилежних напрямках зі швидкостями $2 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ відносно Землі. У космічному кораблі А відбувається подія, яка триває 1 с. Якою буде тривалість цієї події відносно Землі та відносно корабля В?

Дано:

$$v = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

$$\Delta t_0 = 1 \text{ с}$$

$$\Delta t_1 = ?$$

$$\Delta t_2 = ?$$

Розв'язання:

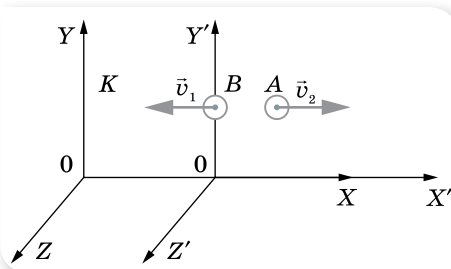
Тривалість події відносно Землі визначається формулою

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Підставляючи дані, отримуємо:

$$\Delta t_1 = \frac{1 \text{ с}}{\sqrt{1 - \frac{\left(2 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}\right)^2}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}\right)^2}} \approx 1,3 \text{ с}.$$

Для визначення тривалості події відносно корабля В потрібно визначити відносну швидкість руху кораблів. Оскільки за умовою задачі космічні кораблі А і В віддаляються у протилежних напрямках зі швидкостями \vec{v} відносно Землі, то можна один з кораблів (наприклад, В) прийняти за рухоми систему відліку (мал. 82).



Мал. 82. Відносний рух кораблів

Оскільки кораблі рухаються у протилежних напрямках, то проекція вектора швидкості корабля B відносно Землі матиме від'ємний знак. Отже, швидкість корабля A відносно Землі — v , швидкість корабля B відносно Землі $-v$. Їх відносна швидкість u .

Запишемо релятивістський закон додавання швидкостей з урахуванням умови задачі.

$$v = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}, \text{ звідки } u = \frac{v + v}{1 + \frac{vv}{c^2}}.$$

Після підстановки числових значень отримуємо: $u = 2,8 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Отже, тривалість події відносно корабля B ,

$$t_2 = \frac{1 \text{ с}}{\sqrt{1 - \frac{\left(2,8 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}}} \approx 2,8 \text{ с}.$$

Відповідь: 1,3 с; 2,8 с.

ВПРАВА 16

1. Тіло рухається відносно рухомої системи відліку зі швидкістю $0,2c$, а відносно нерухомої — зі швидкістю $0,8c$, де c — швидкість поширення світла у вакуумі. З якою швидкістю рухається система відліку відносно нерухомої системи?
2. Два тіла рухаються відносно нерухомого спостерігача рівномірно і прямолінійно у протилежних напрямках зі швидкостями $0,8c$ та $-0,5c$. Визначте відносні швидкості цих тіл за класичним і релятивістським співвідношеннями.
3. Частинки рухаються назустріч одна одній зі швидкістю $0,9c$. Визначте їх відносну швидкість.
4. За якої відносної швидкості руху релятивістське скорочення довжини рухомого тіла становить 25 %?
5. Яку швидкість повинно мати рухоме тіло, щоб його поздовжні розміри зменшилися удвічі?
6. У скільки разів збільшується час існування нестабільної частинки за годинником нерухомого спостерігача, якщо вона рухається зі швидкістю $0,99c$?



Перевірте себе (§ 12–17)



1. Автомобіль масою 1 т рівномірно рухається по колу зі швидкістю $54 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Визначте модуль зміни імпульсу автомобіля за час проходження чверті кола.

А 0

В $15 \cdot 10^3 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$

Б $21 \cdot 10^3 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$

Г $54 \cdot 10^3 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$

2. На ракеті, швидкість якої відносно Землі дорівнює $0,6c$, увімкнули прожектор у напрямку руху ракети. Якою є швидкість поширення світла відносно Землі?

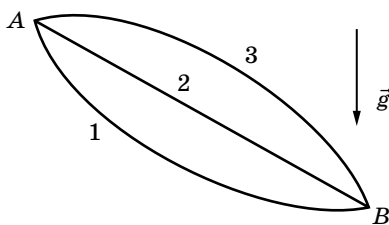
А $0,4c$

В c

Б $0,6c$

Г $1,6c$

3. Тіло може рухатись з точки А в точку В різними траєкторіями (див. малюнок). Порівняйте роботу сили тяжіння під час переміщення тіла.



А $A_1 > A_2 > A_3$

В $A_3 > A_2 > A_1$

Б $A_1 = A_2 = A_3$

Г $A_2 = A_3 > A_1$

4. Визначте роботу, яку виконує людина, повільно піднімаючи на 60 см під водою камінь масою 50 кг й об'ємом $0,02 \text{ м}^3$. Густина води — $10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Вважайте, що $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

А 360 Дж

В 180 Дж

Б 300 Дж

Г 120 Дж

5. На нерухому кульку масою 4 кг налітає кулька масою 1 кг і відлітає назад. Визначте (у метрах за секунду) швидкість, з якою почне рухатися після зіткнення важча кулька, якщо легша до зіткнення мала швидкість $5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Зіткнення абсолютно пружне.

6. Пружину жорсткістю $75 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ стиснули на 5 см. Розпрямляючись, ця пружина штовхає в горизонтальному напрямку кульку масою 30 г. Визначте швидкість кульки в момент, коли деформація пружини дорівнює 4 см.



ФІЗИЧНИЙ ПРАКТИКУМ

ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ТІЛА У РІВНОПРИСКОРЕНОМУ РУХІ

Прилади та матеріали: вимірвальна стрічка; секундомір; жолоб; набір кульок однакового розміру та різної маси; штатив з муфтою та лапкою; металевий циліндр.

Вказівки щодо виконання роботи

1. Закріпіть жолоб за допомогою штатива в похилому положенні під невеликим кутом α_1 до горизонту. Біля нижнього кінця жолоба покладіть у нього металевий циліндр.
2. Пустіть по жолобу металеву кульку, одночасно увімкнувши секундомір, і вимкніть його в момент дотику кульки до циліндра. Виміряйте час руху кульки t .
3. Вимірвальною стрічкою виміряйте переміщення кульки s .
4. Повторіть дослід п'ять разів, змінюючи величину переміщення s . Величина переміщення змінюється у разі зміни положення циліндра в жолобі.
5. Визначте прискорення кульки для кожного з дослідів.
6. Обчисліть середнє значення прискорення a_c як середнє арифметичне всіх прискорень, обчислених в кожному з дослідів.
7. Для кожного з дослідів визначте відносну похибку вимірювання прискорення за допомогою формули: $\varepsilon_a = \varepsilon_s + 2\varepsilon_t$, де відносні похибки визначення переміщення s та

часу t обчислюються відповідно за формулами: $\varepsilon_s = \frac{\Delta s}{s}$ і $\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{t}$.

У цих формулах $\Delta t = \pm 0,1$ с — абсолютна похибка вимірювання часу, а $\Delta s = \pm 0,0005$ м — абсолютна похибка вимірювання модуля переміщення.

8. Обчисліть абсолютну похибку вимірювання прискорення за формулою $\Delta a = \varepsilon_a \cdot a_c$.
9. Кінцеве значення прискорення подайте у вигляді $a_c \pm \Delta a$.

Додаткове завдання:

Визначте прискорення, змінивши кут нахилу жолоба на кут α_2 , а потім повторіть дослід з кулькою іншої маси. Зробіть розрахунки, запишіть значення прискорення у вигляді $a_c \pm \Delta a$ для кожного випадку, проаналізуйте отримані результати та зробіть висновки про залежність прискорення від кута нахилу жолоба та маси кульки.

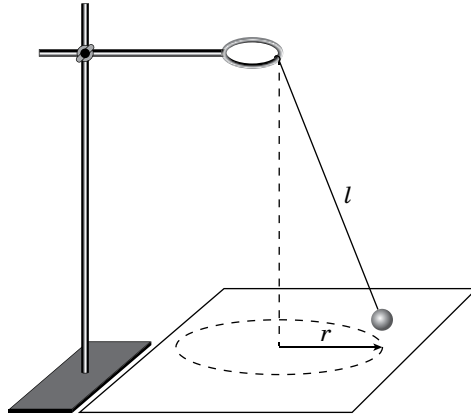
ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ ТІЛА ПО КОЛУ

Прилади та матеріали: кулька, підвішена на нитці; штатив з кільцем і муфтами; секундомір або годинник з секундною стрілкою; вимірвальна стрічка; аркуш паперу з накресленим колом (радіус 15 см).

Вказівки щодо виконання роботи

1. Закріпіть кульку на нитці довжиною 45 см та прикріпіть нитку до кільця штатива.
2. Рухаючи нитку біля точки підвісу, доможіться обертання кульки по колу радіусом r , яке намальовано на аркуші паперу.
3. Виміряйте час t , за який кулька здійснює N обертів (наприклад, $N = 15$). Дослід повторіть п'ять разів.

- Обчисліть період T обертання кульки.
- Обчисліть середнє значення кутової та лінійної швидкостей руху кульки, а також доцентрового прискорення.



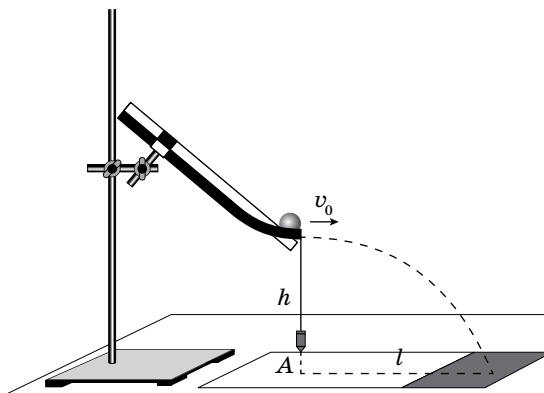
Додаткове завдання:

- З'ясуйте, чи зміниться період обертання кульки, якщо рахувати не 15, а 30 обертів.
- З'ясуйте, чи зміниться період обертання, якщо радіус обертання зменшити у 2 рази (довжину нитки залишити незмінною).
- З'ясуйте, як зміниться модуль кутової та лінійної швидкостей кульки, та її доцентрового прискорення, якщо радіус обертання збільшити у 2 рази.

ДОСЛІДЖЕННЯ РҀХУ ТІЛА, КИНҀТОГО ГОРИЗОНТАЛЬНО

Прилади та матеріали: лінійка з міліметровими поділками; штатив з муфтою і лапкою; металевий жолоб для пускання кульок; кулька; папір; висок; клейка стрічка (скотч); копіювальний папір.

Вказівки щодо виконання роботи



- За допомогою штатива закріпіть жолоб. Загнутий кінець жолоба повинен бути розташований горизонтально на висоті $h = 3$ см від поверхні стола.
- Зафіксуйте клейкою стрічкою на столі довгу смужку паперу. У місці можливого падіння кульки покладіть копіювальний папір. За допомогою виски визначте точку A , від якої виміряйте дальність польоту l .

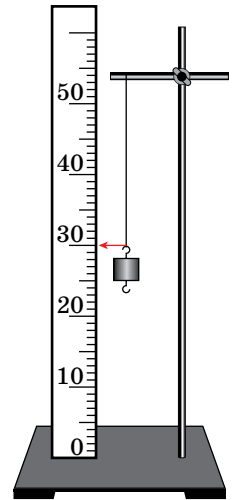
- Змінюючи висоту жолоба ($h_2 = 12$ см, $h_3 = 27$ см, $h_4 = 48$ см), виміряйте відповідні дальності польоту l_2, l_3, l_4 . У кожному випадку дослід повторюйте п'ять разів, пускаючи кульку з того самого місця жолоба і вимірюючи щоразу дальність польоту l . Обчисліть середнє значення дальності польоту для кожного випадку.
- Доведіть, що під час руху тіла у полі земного тяжіння виконується співвідношення $l_1 : l_2 : l_3 : l_4 = 1 : 2 : 3 : 4$.
- Використовуючи дані досліду, у якому кулька летіла з висоти $h_4 = 48$ см, обчисліть середнє значення початкової швидкості за формулою: $v_{0c} = l_c \sqrt{\frac{g}{2h}}$.
- Обчисліть відносну похибку вимірювання швидкості за формулою: $\varepsilon_v = \varepsilon_l + \frac{1}{2} \varepsilon_g + \frac{1}{2} \varepsilon_h = \frac{\Delta l}{l} + \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g} + \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h}$, де $\Delta l = \Delta h = 1$ мм, $\Delta g = 0,02 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$ за $g = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$.
- Обчисліть абсолютну похибку вимірювання швидкості $\Delta v_0 = v_{0c} \cdot \varepsilon_v$.
- Результат вимірювання запишіть у вигляді $v_0 = (v_{0c} \pm \Delta v) \frac{\text{М}}{\text{с}}$.

ВИМІРЮВАННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПРУЖНОСТІ

Прилади та матеріали: гумова смужка довжиною 20 – 30 см з дряною петелькою на одному кінці; набір важків по 100 г; динамометр; лінійка; штангенциркуль; штатив.

Вказівки щодо виконання роботи

- Гумовий шнур, із петлею на нижньому кінці, закріпіть у штативі. Поряд закріпіть лінійку у вертикальному положенні.
- Підвісьте один тягарець. Номер поділки шкали лінійки, навпроти якої розміщено гачок тягарця, вважайте за початок відліку видовження гумового шнура. За значення сили пружності $F_{\text{пр}}$ будемо приймати вагу тягарців ($g = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$).
- Підвішуйте до гумового шнура по одному тягарцю і вимірюйте видовження шнура.
- За результатами вимірювань побудуйте графік залежності сили пружності від видовження гумового шнура. Під час побудови графіка за результатами вимірювання експериментальні точки можуть не лежати на одній прямій, що відповідає формулі $F_{\text{пр}} = k|x|$. Це пов'язано з похибками вимірювань. У цьому випадку графік потрібно будувати так, щоб приблизно однакова кількість точок була по різні боки від прямої.
- За тангенсом кута нахилу графіка визначте середнє значення коефіцієнта пружності k_c .
- Обчисліть відносну похибку непрямих вимірювань (скориставшись даними першого досліду): $\varepsilon_k = \varepsilon_m + \varepsilon_g + \varepsilon_x = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta x}{x}$, де $\Delta m = 0,002$ кг, $\Delta x = 1$ мм, $\Delta g = 0,02 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$ за $g = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$.
- Визначте $\Delta k = \varepsilon_k k_c$ і результат вимірювань запишіть у вигляді: $k = (k_c \pm \Delta k) \frac{\text{Н}}{\text{М}}$.

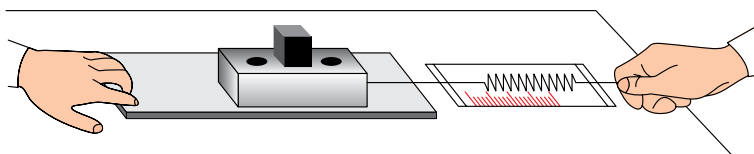


ВИМІРЮВАННЯ КОЕФІЦІЄНТА ТЕРТЯ

Прилади та матеріали: динамометр; дерев'яний брусок; дерев'яна дошка; набір тягарців масою по 100 г.

Вказівки щодо виконання роботи

1. Покладіть брусок на горизонтально розміщену дерев'яну дошку. На брусок поставте один тягарець. Прикріпивши до бруска динамометр, рівномірно тягніть його вздовж дошки. Запишіть покази динамометра (це буде значення сили $F_{\text{тер}}$).



2. Визначте вагу бруска з тягарцем (зрозуміло, що цьому значенню дорівнює і сила нормального тиску N бруска з тягарцем на дошку).
3. Визначте коефіцієнт тертя ковзання.
4. До першого тягарця додайте по черзі другий, третій і проведіть вимірювання.
5. За результатами вимірювань побудуйте графік залежності сили тертя від сили нормального тиску. Визначте середній коефіцієнт тертя ковзання за тангенсом кута нахилу графіка.
6. За даними першого досліду обчисліть відносну похибку вимірювання коефіцієнта тертя $\varepsilon_{\mu} = \varepsilon_{F_{\text{тер}}} + \varepsilon_N = \frac{\Delta F_{\text{тер}}}{F_{\text{тер}}} + \frac{\Delta N}{N}$, де $\Delta F_{\text{тер}} = \Delta N = 0,1 \text{ Н}$.
7. Обчисліть абсолютну похибку $\Delta\mu = \varepsilon_{\mu} \mu_c$.
8. Результат обчислень запишіть у вигляді: $\mu = \mu_c \pm \Delta\mu$.

ДОСЛІДЖЕННЯ РІВНОВАГИ ТІЛ ПІД ДІЄЮ КІЛЬКОХ СИЛ

Прилади та матеріали: лінійка; динамометр; штатив з муфтою; важіль; набір тягарців масою по 100 г.

Вказівки щодо виконання роботи

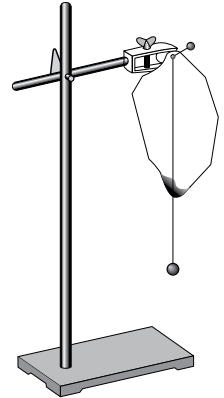
1. Встановіть важіль на штативі й урівноважте його у горизонтальному положенні за допомогою пересувних гайок, розміщених на його кінцях.
2. Підвісьте тягарець у певній точці одного з пліч важеля.
3. Підвісьте тягарці до однієї або декількох точок іншого плеча важеля так, щоб важіль залишився у рівновазі. Виміряйте лінійкою довжини плечей (l_1, l_2, \dots) сил (ваги тягарців $P = F_m = mg$), прикладених до плечей важеля.
4. Повторіть дослід 3 рази, змінюючи положення і кількість тягарців.
5. Визначте значення всіх моментів сил, що діють на важіль; суму моментів сил $M_{\text{за}}$, що обертають важіль за годинниковою стрілкою, та суму моментів сил $M_{\text{проти}}$, що обертають важіль проти годинникової стрілки.
6. Порівняйте відношення $\frac{M_{\text{за}}}{M_{\text{проти}}}$ з одиницею і зробіть висновок.

ВИЗНАЧЕННЯ ЦЕНТРА ТЯЖИННЯ ПЛАСКИХ ФІГУР

Прилади та матеріали: фігури, вирізані з картону; лінійка; висок; шпилька; дерев'яний корок; штатив із муфтою та затискачем.

Вказівки щодо виконання роботи

1. Виріжте з картону три фігури: центрально-симетричну (круг, квадрат або ромб); таку, що має форму нерівностороннього трикутника, і фігуру неправильної форми.
2. Закріпіть у затискачі штатива дерев'яний корок. Проколите одну з фігур шпилькою і встроміть її в корок. Злегка похитуючи фігуру, переконайтеся, що вона перебуває у стані стійкої рівноваги.
3. На шпильку надіньте петельку нитки виска.
4. По лінії виска поставте мітки. Зніміть фігуру зі штатива і наведіть лінію відвісу олівцем під лінійку.
5. Повторіть дослід двічі, прокалюючи фігуру в інших місцях. Визначте центр тяжіння фігури (точку перетину проведених прямих).
6. Визначте центр тяжіння для двох інших фігур.



ДОСЛІДЖЕННЯ ПРУЖНОГО УДАРУ ДВОХ ТІЛ

Прилади та матеріали: лінійка з міліметровими поділками; штатив з муфтою і лапкою; жолоб для пускання кульок; металеві кульки різної маси; лоток з піском; терези.

Вказівки щодо виконання роботи

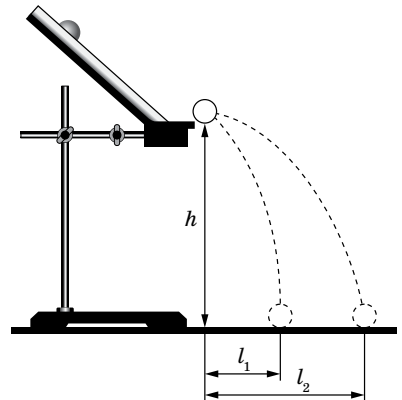
1. За допомогою штатива закріпіть жолоб. Загнутий кінець жолоба повинен бути розташований горизонтально. На стіл, у місці можливого падіння кульки, покладіть лоток з піском.
2. За допомогою терезів виміряйте маси кульок m_1 та m_2 .
3. Пустіть кульку більшої маси вільно котитися по жолобу. Повторіть дослід п'ять разів, пускаючи кульку з того самого місця жолоба.
4. Виміряйте висоту h і дальність польоту l . Обчисліть середнє значення початкової швидкості кульки за формулою: $v_0 = l_c \sqrt{\frac{g}{2h}}$ та імпульс кульки: $p_1 = m_1 v_0$.

швидкості кульки за формулою: $v_0 = l_c \sqrt{\frac{g}{2h}}$ та імпульс кульки: $p_1 = m_1 v_0$.

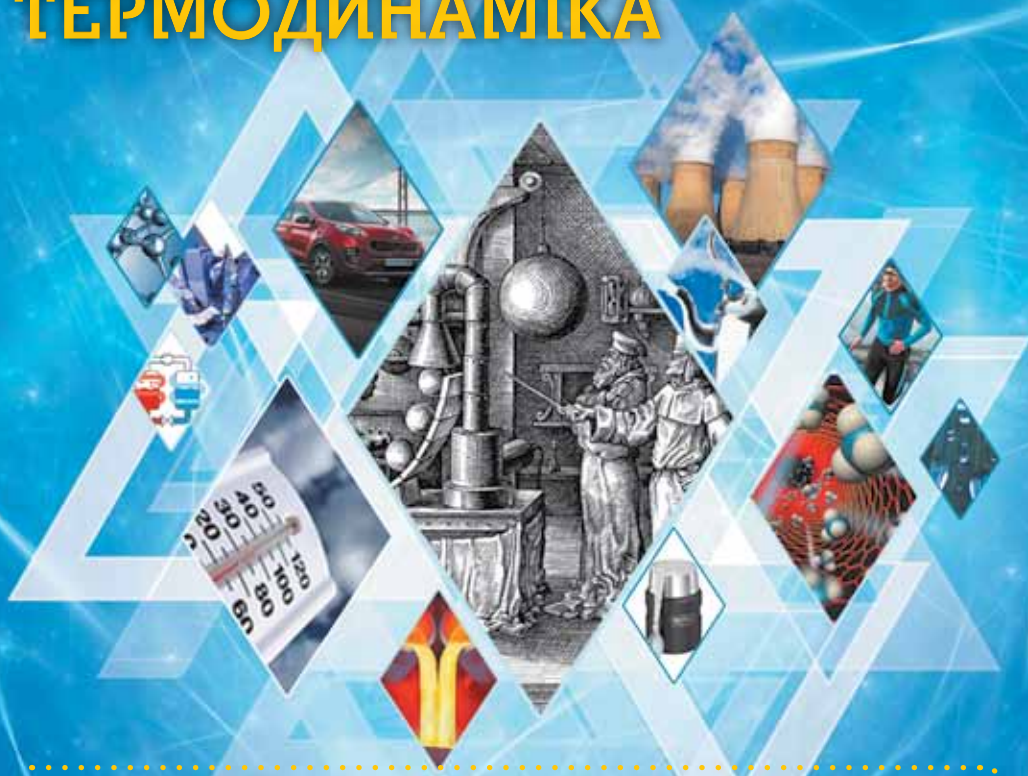
5. На краю жолоба розташуйте кульку меншої маси. Запустіть кульку більшої маси так само, як у першому досліді. Після зіткнення обидві кульки впадуть у лоток з піском. Вимірявши дальність польоту кульок l_1 і l_2 та висоту падіння, визначте швидкості кульок після удару:

$$u_1 = l_1 \sqrt{\frac{g}{2h}}, \quad u_2 = l_2 \sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

6. Перевірте виконання закону збереження імпульсу під час пружного удару: $m_1 v_0 = m_1 u_1 + m_2 u_2$. Для цього порівняйте відношення $\frac{m_1 v_0}{m_1 u_1 + m_2 u_2}$ з одиницею.



МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ БУДОВИ РЕЧОВИНИ. ТЕРМОДИНАМІКА



Молекулярною фізикою називається розділ фізики, який вивчає будову, фізичні властивості й агрегатні стани речовини на основі їх мікроскопічної (молекулярної) будови. Молекулярна фізика користується так званим статистичним методом, який дає змогу визначити середні величини, що характеризують рух і взаємодію величезної сукупності молекул. Саме тому молекулярну фізику часто називають статистичною фізикою.

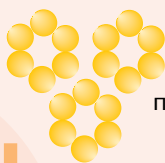
Дослідженням різних властивостей тіл і змін стану речовини займається також **термодинаміка**, яка користується термодинамічним методом — вивчення макроскопічних властивостей тіл і явищ без урахування їх внутрішньої будови.

Обидва методи доповнюють один одного. Спільне їх використання дає найбільш повну характеристику властивостей систем, що складаються з величезної кількості частинок.

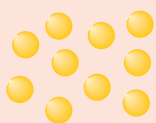


Ментальна карта

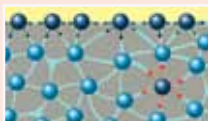
У **твердих тілах** структурні частинки (атоми або молекули) перебувають дуже близько одна від одної.



У **рідині** молекули перебувають на відстанях, сумірних із їхніми розмірами.



Поверхневий натяг



Плазма



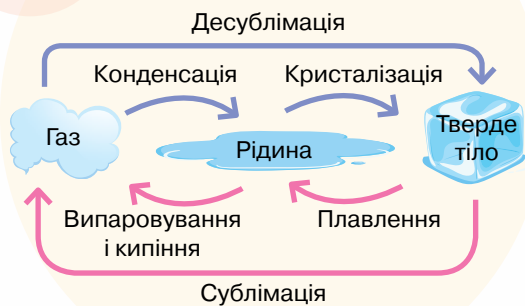
Агрегатні стани речовини

Газ — це стан речовини, у якому окремі молекули слабо взаємодіють між собою й рухаються хаотично.



ТЕПЛОВІ ЯВИЩА

Температура — це фізична величина, що характеризує тепловий стан речовини і визначається середньою кінетичною енергією хаотичного руху частинок речовини.



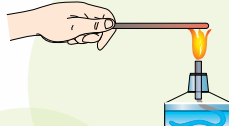
Взаємні перетворення

Рівняння теплового балансу

$$Q_{\text{від.}}^- = Q_{\text{от.}}^+$$



2 — теплопровідність



плавлення (кристалізація)
 $Q = \lambda m$

нагрівання (охолодження)
 $Q = cm\Delta T$

згорання
 $Q = qm$

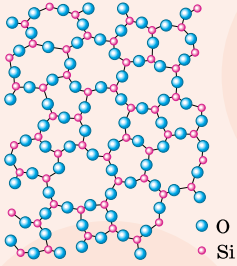
пароутворення (конденсація)
 $Q = Lm$

ККД нагрівника

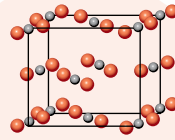
$$\eta = \frac{Q}{Q_{\text{ар}}} \cdot 100\%$$

Кількість теплоти Q — це та частина внутрішньої енергії, яку дістає чи втрачає тіло під час теплообміну.

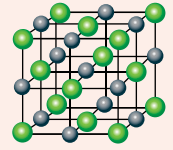
Аморфні тіла



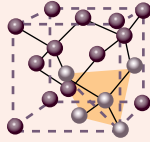
Смола



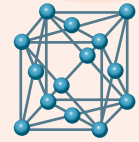
Молекулярні
(твердий
двоокис
вуглецю)



Йонні
(натрій хлорид)



Атомні
(алмаз)



Металеві
(мідь)

Види кристалічних
ґраток

Тепловим рухом

називають безперервний,
невпорядкований
(хаотичний) рух молекул.



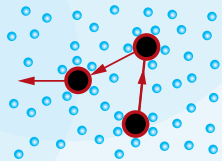
Дифузія

Внутрішня енергія —

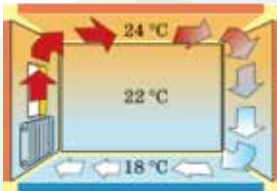
це енергія руху і взаємодії
частинок, з яких складається
речовина.



Роберт Броун



Броунівський рух



1 — конвекція

Способи
перетворення

Механічна робота



3 — теплове
випромінювання

Теплообмін —
це процес обміну
внутрішньою енергією
між тілами без
виконання
механічної роботи.



§ 18

Основні положення молекулярно-кінетичної теорії будови речовини

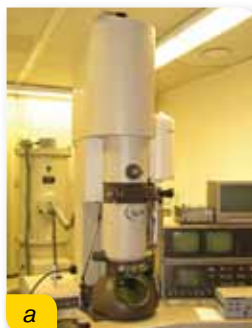
Молекулярно-кінетична теорія речовини. На основі досліджень багатьох учених у ХХ ст. було створено теорію будови речовини, так звану *молекулярно-кінетичну теорію*.

Молекулярно-кінетичною теорією (МКТ) називають теорію, яка пояснює будову та властивості тіл на основі закономірностей руху та взаємодії атомів і молекул.

Ця теорія прагне пов'язати характеристики руху та взаємодії окремих атомів і молекул з величинами, які описують властивості макротіл.

В основу молекулярно-кінетичної теорії речовини покладено *три положення*, сучасне формулювання яких таке:

1. Будь-які речовини мають дискретну (переривчасту) будову. Вони складаються з найдрібніших частинок — молекул або атомів (іонів).
2. Молекули перебувають у стані безперервного хаотичного (невпорядкованого) руху. Цей рух називається тепловим і в загальному випадку є сукупністю поступального, обертального та коливального рухів.



а



б

Мал. 83.
Електронний мікроскоп (а);
фотографія атомів Літію (б)

3. Молекули взаємодіють одна з одною силами притягання й відштовхування. Природа цих сил — електромагнітна.

Можна навести безліч фактів на підтвердження цих положень. Зокрема, пружність газів, твердих тіл і рідин, здатність рідин змочувати тверді тіла, процеси фарбування, склеювання, деформації твердих тіл тощо — свідчать про існування сил притягання й відштовхування між молекулами. У 1974 р. вперше вдалося сфотографувати окремі атоми та молекули за допомогою електронного мікроскопа.

Розміри та форма атомів і молекул. Нині за допомогою сучасних мікроскопів (електронних і тунельних) отримано достатню кількість фотографій різних видів молекул і атомів. На малюнку 83 зображено електронний мікроскоп і фотографія атомів Літію, отриману за його допомогою. Світлі точки на фотографії — це зображення атомів Літію. Знаючи збільшення мікроскопа, можна оцінити розміри атомів Літію.

Приблизну оцінку розмірів молекул можна дістати з досліду, вперше проведеного німецьким фізи-

ком Вільгельмом Конрадом Рентгеном та його англійським колегою Джоном Вільямом Стреттом (лордом Релеєм). Якщо краплина олії, об'єм якої відомий, опиниться на поверхні чистої води, то вона одразу розпливеться, утворивши тонку плівку завтовшки в один шар молекул. Товщину такої плівки можна прийняти за діаметр молекули. Вимірюючи площу плівки S за максимального розливання олії, з відношення $d = \frac{V}{S}$ (тут V — об'єм краплини) було оцінено розмір (діаметр) молекул. Результат одного з дослідів такий: для $V = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3$ площа поверхні плівки 90 см^2 , тоді

$$d = \frac{3,6 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3}{90 \text{ см}^2} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ см} = 4 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$$

Сучасними методами вже визначено розміри інших молекул. Наприклад, лінійні розміри молекул кисню становлять $3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, а молекули води — $2,6 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, розміри молекул більшості інших речовин мають той самий порядок величини — 10^{-10} м . Проте молекули деяких органічних речовин, які складаються з тисяч атомів, мають значно більші розміри. Гігантами є, наприклад, молекули білків. Молекула дезоксирибонуклеїнової кислоти (ДНК), яка є носієм спадкової інформації живого організму, у випрямленому стані досягає довжини десятків сантиметрів.

Сучасні уявлення про будову атома загалом базуються на уявленнях квантової механіки. На популярному рівні будову атома можна викласти в рамках так званої планетарної моделі, запропонованої Ернестом Резерфордом та удосконаленої Нільсом Бором. Коротко пригадаймо, що нам відомо з курсу хімії та фізики основної школи про будову атома. Атом з хімічної точки зору — найменша, електронейтральна, хімічно неподільна частинка речовини. Фізична модель атома докладніше розкриває подробиці його будови: ядра всіх атомів складаються з протонів (позитивний електричний заряд $+e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, маса $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$) і нейтронів (заряд дорівнює нулю, маса $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$). Спільна назва протонів і нейтронів — *нуклони*. Між нуклонами діють короточасні сили притягання — *ядерні сили*. Кількість протонів у ядрі позначається Z і збігається з порядковим номером елемента в таблиці Менделєєва. Заряд ядра дорівнює Ze . Кількість нейтронів у ядрі позначається N . Загальна кількість нейтронів і протонів у ядрі позначається A і називається масовим числом $A = Z + N$.

Атомні ядра позначають символами A_ZX , де X відповідає символу атома хімічного елемента в періодичній системі Менделєєва. Наприклад, ${}^1_1\text{H}$ — ядро атома водню, ${}^4_2\text{He}$ — ядро атома гелію. Атоми, які мають однаковий заряд ядра, але різну масу, називаються *ізотопами*. Ізотопи ядра хімічного елемента мають однакову кількість протонів, але різну кількість нейтронів у складі ядра. Усі ізотопи одного й того самого елемента мають однакові хімічні властивості, але можуть відрізнятися радіоактивністю. Наприклад: ${}^2_1\text{H}$ — дейтерій і ${}^3_1\text{H}$ — тритій є ізотопами водню (тритій радіоактивний).

Цікавий факт виявився, коли вчені визначили розміри атома та розміри його ядра. Діаметр атома становить близько 10^{-10} м, а діаметр ядра в різних атомів — $10^{-14} \div 10^{-15}$ м, тобто діаметр ядра в 10 000 разів менший від діаметра всього атома.

Ядро оточене електронною хмарою, яка займає більшу частину його об'єму. В електронній хмарі можна виділити оболонки, для кожної з яких існує кілька можливих орбіталей. Заповнені орбіталі складають електронну конфігурацію, властиву для кожного хімічного елемента. Взаємодія атомів між собою визначається передусім властивостями їх електронних оболонок, а якщо йдеться про розмір і форму атома, мають на увазі розмір і форму його електронної оболонки.

Маса молекул. Оскільки маси молекул неорганічних речовин дуже малі, то в розрахунках зручніше використовувати не абсолютні значення мас, а відносні. Для зручності розрахунків увели поняття *відносної атомної (молекулярної) маси*.

Відотною атомною масою речовини A_r називають відношення маси атома m_0 даної речовини до $\frac{1}{12}$ маси атома Карбону C^{12} : $A_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_0(C^{12})}$.

Величину $\frac{1}{12} m_0(C^{12})$ використовують для порівняння тому, що Карбон є одним із найпоширеніших елементів у природі, а ізоотп C^{12} — найстійкіший його ізоотп. Одиницею відносної атомної (молекулярної) маси є атомна одиниця маси (1 а. о. м.).

Абсолютні значення атомних мас різних хімічних елементів лежать у межах 10^{-25} – 10^{-27} кг, а їхні відносні маси, наведені в періодичній таблиці хімічних елементів, — у межах 1–100 а. о. м. (Для практичних розрахунків наведені в цій таблиці відносні атомні маси хімічних елементів ми будемо заокруглювати до найближчого цілого числа.)

Якщо речовина складається не з атомів, а з молекул, то її відносна молекулярна маса M_r дорівнює сумі відносних атомних мас атомів, які утворюють цю молекулу. Наприклад, для води (H_2O): $M_r = 1 \cdot 2 + 16 \cdot 1 = 18$ а. о. м.

Експериментально встановлено, що 1 а. о. м. = $1,660 \cdot 10^{-27}$ кг ($1,660 \cdot 10^{-27}$ кг — це $\frac{1}{12}$ маси атома Карбону). Оскільки в періодичній систе-

мі Менделєєва вказано відносні атомні маси елементів, то легко обчислити масу будь-якого атома чи молекули. Наприклад, маса молекули води $m_{H_2O} = 1,66 \cdot 10^{-27}$ кг $\cdot 18 = 29,88 \cdot 10^{-27}$ кг.

Кількість речовини. Кількість молекул у будь-якому макроскопічному тілі надзвичайно велика, тому в обчисленнях використовують не абсолютну кількість молекул у тілі, а відносну, тобто користуються порціями речовини, які мають однакову кількість молекул.

Кількість речовини ν — це фізична величина, яка визначається відношенням кількості молекул (атомів чи йонів) N у певному тілі до кількості N_A атомів у 0,012 кг Карбону: $\nu = \frac{N}{N_A}$.

Одиницею кількості речовини є моль: 1 моль.

Моль — одна із семи основних одиниць Міжнародної системи одиниць (СИ). В одному молі речовини міститься стільки ж структурних елементів (молекул, атомів), скільки атомів міститься в 0,012 кг ізотопу Карбону $^{12}_6\text{C}$. Отже, незалежно від агрегатного стану, 1 моль речовини містить одну й ту саму кількість молекул, що дорівнює числу Авогадро: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$.

У 1811 р. італійський фізик і хімік Амедео Авогадро (1776–1856) відкрив важливий для фізики та хімії закон, згідно з яким за однакових температур і тисків у рівних об'ємах різних газів міститься однакова кількість молекул. Згідно із законом, 1 кмоль будь-якого ідеального газу за *нормальних умов*¹ займає об'єм 22,4 м³.

Авогадро, виходячи із цього закону, запропонував метод визначення атомних мас елементів і молекулярних мас речовин.

Молярна маса. Крім відносної молекулярної маси, у фізиці та хімії широко використовують молярну масу M .

Молярна маса M — фізична величина, яка визначається відношенням маси речовини m до кількості речовини ν : $M = \frac{m}{\nu}$.

Іншими словами, молярною масою називають масу речовини, взятої в кількості одного моля. Відповідно до цього означення молярна маса визначається добутком маси молекули та сталої Авогадро: $M = m_0 N_A$ або $M = M_r \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Молярна маса суміші, яка складається з n різних газів, визначається за формулою $M = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots + \frac{m_n}{M_n}}$, де m_1, m_2, m_n — маси газів, і M_1, M_2, M_n — їх молярні маси.

Кількість атомів (або молекул) N , що містяться в речовині масою m , можна визначити за формулою $N = \frac{m}{M} N_A = \nu N_A$.

Усі величини, означені в цьому параграфі, називають мікроскопічними параметрами, оскільки вони характеризують мікроскопічну будову

¹ *Нормальні умови* (н.у.) — стандартні фізичні умови, які характеризуються тиском $p = 101\,325$ Па (760 мм рт. ст.) і температурою $T = 273,15$ К ($t = 0$ °С).

речовини. Молярну масу визначають хімічними методами. Стала Авогадро з високою точністю визначена кількома фізичними методами. Маси молекул і атомів з високою точністю визначають за допомогою *маспектрографа*. Це прилад, у якому за допомогою електричних і магнітних полів відбувається розділення заряджених частинок (йонів) у просторі залежно від їх маси та електричного заряду.

Сучасні методи дослідження будови речовини. Наноматеріали. Потреби людини в різних матеріалах постійно зростають, але ресурси природних речовин на планеті обмежені. Друга половина ХХ ст. стала періодом інтенсивного пошуку, дослідження й виробництва штучних матеріалів. Це — полімери й пластмаси, створені на основі полімерів (поліетилен, поліпропілен, полістирен, тефлон, поліметилметакрилат, полівінілацетат, епоксидні смоли, каучуки й волокна та ін.). Важливою умовою сталого розвитку є створення новітніх матеріалів на основі біосировини.

Сучасні матеріали вражають розмаїттям (мал. 84). Їхні унікальна структура і властивості зумовлюють створення не лише принципово нових продуктів, а й галузей науки та індустрії, наприклад нанотехнології. **Нанотехнології** — це технології, засновані на маніпуляції окремими атомами та молекулами для побудови структур з наперед заданими властивостями. Властивості наносистем багато в чому відрізняються від властивостей більших об'єктів, що складаються з тих самих атомів і молекул. Наприклад, наночастинки платини набагато ефективніше очищають автомобільні викиди від токсичних забруднювачів, ніж звичні платинові



Мал. 84. Сучасні матеріали

каталізатори. Одношарові та багатшарові графітні циліндри нанометрової товщини, так звані вуглецеві нанотрубки, прекрасно проводять електрику й тому можуть стати заміною мідним провідникам. Нанотрубки також дають змогу створювати композитні матеріали виняткової міцності та принципово нові напівпровідникові й оптоелектронні пристрої. На сучасному етапі нанотехнології використовують під час виробництва особливих сортів скла, на яких не осідає бруд (застосовується в автомобілей авіабудуванні), для створення одягу, який неможливо забруднити або пожмакати. Особливого значення набуває використання нових пристроїв на основі нанотехнологій у медицині, які можуть маніпулювати на клітинному рівні.

Інтенсивному розвитку створення нових речовин сприяє те, що сучасні методи експериментальних досліджень структури речовини надзвичайно різноманітні — від нескладних визначень дефектів кристалічної будови твердих тіл за допомогою порівняно простих оптичних мікроскопів до досліджень нанокристалічної структури за допомогою сучасних електронних мікроскопів.



ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗУМЮ

1. Обґрунтуйте вислів «Вчення про будову речовини лежить в основі всіх природничих наук».
2. Сформулюйте основні положення молекулярно-кінетичної теорії.
3. Наведіть факти, що підтверджують положення молекулярно-кінетичної теорії.
4. Опишіть будову атома. (Як описується атом у квантовій фізиці? Для відповіді скористайтесь додатковими джерелами.)
5. Чому молекулярна фізика використовує відносні величини для вимірювання маси?



Експериментуємо

1. Визначте, скільки молекул містить вода в склянці. (Обладнання: посудина з водою, склянка, мензурка.)
2. Визначте кількість речовини, що міститься в певному тілі. (Обладнання: досліджуване тіло (залізне, мідне тощо), терези з важками.)
3. Визначте кількість речовини, що міститься в певному тілі правильної геометричної форми. (Обладнання: досліджуване тіло правильної геометричної форми (залізне, мідне тощо), лінійка (штангенциркуль), таблиці (густин, періодичної системи хімічних елементів).)



Виконуємо навчальні проекти

- Дослідне підтвердження основних положень молекулярно-кінетичної теорії речовини.
- Рециклінг як цивілізований спосіб утилізації твердих побутових відходів.

Приклади розв'язування задач

Задача. Де та у скільки разів міститься більше атомів: у склянці води чи склянці ртуті? Молярні маси води і ртуті: $M_{\text{в}} = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{КГ}}{\text{МОЛЬ}}$; $M_{\text{рт}} = 200 \cdot 10^{-3} \frac{\text{КГ}}{\text{МОЛЬ}}$, їхні густини відповідно: $\rho_{\text{в}} = 1 \cdot 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}$; $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}$.

Дано:

$$V_{\text{в}} = V_{\text{рт}}$$

$$M_{\text{в}} = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{КГ}}{\text{МОЛЬ}}$$

$$M_{\text{рт}} = 200 \cdot 10^{-3} \frac{\text{КГ}}{\text{МОЛЬ}}$$

$$\rho_{\text{в}} = 1 \cdot 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}$$

$$\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}$$

$$\frac{N_{\text{в}}}{N_{\text{рт}}} \text{ — ?}$$

Розв'язання:

За умовою задачі об'єми води і ртуті однакові:

$$V_{\text{в}} = V_{\text{рт}}$$

Кількість молекул визначаємо за формулою

$$N = \frac{m}{M} N_A = \frac{\rho V}{M} N_A.$$

Кількість молекул води і ртуті у склянках відпо-

$$\text{відно: } N_{\text{в}} = \frac{\rho_{\text{в}} V}{M_{\text{в}}} N_A \text{ і } N_{\text{рт}} = \frac{\rho_{\text{рт}} V}{M_{\text{рт}}} N_A.$$

$$\text{Звідси } \frac{N_{\text{в}}}{N_{\text{рт}}} = \frac{\rho_{\text{в}} M_{\text{рт}}}{\rho_{\text{рт}} M_{\text{в}}}.$$

Зверніть увагу! У задачі запитується не про співвідношення кількості частинок (молекул) ртуті й води, а про співвідношення кількості атомів. Оскільки одна молекула води містить три атоми, то формула набуває

$$\text{вигляду: } \frac{N_{\text{в}}}{N_{\text{рт}}} = \frac{3\rho_{\text{в}} M_{\text{рт}}}{\rho_{\text{рт}} M_{\text{в}}}.$$

$$\text{Обчислення: } \frac{N_{\text{в}}}{N_{\text{рт}}} = \frac{3 \cdot 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3} \cdot 200 \cdot 10^{-3} \frac{\text{КГ}}{\text{МОЛЬ}}}{13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3} \cdot 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{КГ}}{\text{МОЛЬ}}} = 2,5.$$

Відповідь: у склянці води у 2,5 раза більше атомів ніж у склянці ртуті.

ВПРАВА 17

1. Мікроскопічна порошоківка вуглецю має масу 0,1 нг. Скільки молекул у ній?
2. На виріб, поверхня якого 20 см², нанесено шар срібла завтовшки 1 мкм. Скільки атомів срібла міститься в покритті?
3. Скільки молекул міститься: в 1 г заліза; в 1 г водню; в 10 г кисню?
4. Скільки моль містять: 50 г заліза; 50 г кисню?
5. Визначте масу молекул азоту, кисню, води.
6. Знаючи сталу Авогадро N_A , густину ρ певної речовини та її молярну масу M , виведіть формули для розрахунку кількості молекул в одиниці маси цієї речовини, в одиниці об'єму, у тілі масою m , у тілі об'ємом V .
7. Вважаючи, що діаметр молекули водню становить близько $2,3 \cdot 10^{-10}$ м, обчисліть довжину ланцюжка молекул, що містяться в 1 мг цього газу, якби вони були розташовані в один ряд упритул одна до одної. Порівняйте довжину цього ланцюжка із середньою відстанню від Землі до Місяця.

§ 19

Ідеальний газ у молекулярно-кінетичній теорії

Ідеальний газ. Як ми вже знаємо, вивчаючи фізичні явища, використовують метод моделювання. При цьому чинниками, які не мають суттєвого впливу на хід явища, нехтують, отримавши можливість теоретично (математично) досліджувати ідеалізоване явище. Якщо модель явища створено вдало, це дає змогу вивчати процеси, що відбуваються реально, і передбачати їх перебіг у різних випадках.

Сформульовані раніше основні положення молекулярно-кінетичної теорії речовини спочатку застосуємо до найпоширенішого і найпростішого за будовою стану речовини — газоподібного. Зробимо це, використавши модель — *ідеальний газ* — таку фізичну модель реального газу, у якій молекули вважають матеріальними точками, що майже не взаємодіють між собою. Точніше, в ідеальному газі:

- а) силами міжмолекулярної взаємодії нехтують;
- б) вважається, що взаємодія між молекулами відбувається тільки під час зіткнень молекул і є пружною взаємодією, між зіткненнями молекули рухаються рівномірно і прямолінійно;
- в) власним об'ємом молекул нехтують, тобто вважають молекули матеріальними точками.

На основі експериментальних результатів дослідження газів, з використанням моделі ідеального газу, було побудовано *молекулярно-кінетичну теорію газів*. Відразу зазначимо, що реальні гази набувають властивостей ідеального газу за значного розрідження, коли середня відстань між молекулами набагато більша за їхні розміри. Більшість реальних газів за кімнатної температури й нормального атмосферного тиску є близькими за своїми властивостями до ідеального газу. Найближчими до ідеального газу є водень і гелій (за нормальних умов).

За високих тисків і низьких температур реальний газ не можна вважати ідеальним, оскільки за цих умов відстані між молекулами такі, що сили притягання починають відігравати помітну роль. Істотно впливає на поведінку молекул за цих умов і власний об'єм молекул. Ці обставини враховують в описі реальних газів.

Надалі, досліджуючи властивості газу, матимемо на увазі саме ідеальний газ (навіть якщо термін «ідеальний» не вказано).

Мікроскопічні й макроскопічні параметри газу. Основним завданням вивчення властивостей газів на основі молекулярно-кінетичної теорії є встановлення кількісних зв'язків між величинами, які вимірюються експериментально (тиском, температурою тощо), і характеристиками самих молекул. Останні називають *мікроскопічними параметрами*. До них належать: маса молекули, її швидкість і кінетична енергія хаотичного поступального руху. Параметри газу як молекулярної системи, що

складається з величезної кількості частинок, називаються *макроскопічними параметрами*. Це об'єм, тиск і температура.

Іншими словами, завданням молекулярно-кінетичної теорії газів є встановлення зв'язку між макроскопічними і мікроскопічними параметрами газу.

Поняття про статистичні закономірності. У практичній діяльності ми маємо справу з явищами, у яких задіяна величезна кількість частинок. Наприклад, в 1 см^3 газу за нормальних умов міститься $2,7 \cdot 10^{19}$ молекул. При цьому кожна молекула зазнає близько мільярда зіткнень за секунду, внаслідок чого постійно змінюється її швидкість і напрямок руху. Навіть якщо нам вдасться дослідити закономірності руху однієї молекули, стверджувати, що ці закономірності властиві всій сукупності молекул не можна! Механічний рух великої сукупності молекул має *якісно* інші властивості порівняно з окремою молекулою.

Закони молекулярної фізики ґрунтуються на *статистичних методах*, які дають можливість досліджувати системи, що складаються з великої сукупності частинок. Фізичні закономірності таких систем мають ймовірнісний, або статистичний, характер.

Одним із прийомів статистичного методу є обчислення *середніх значень* різних величин, що зазнають індивідуальних змін. Так, досліджуючи рух сукупності молекул газу, немає потреби визначати швидкість і кінетичну енергію поступального руху кожної молекули окремо, статистичний метод дає змогу обчислити середнє значення цих величин. Швидкості окремих молекул можуть бути будь-якими, проте *середнє значення модуля швидкості* руху молекул — усталена величина. Щоб її визначити, треба додати значення швидкості руху всіх молекул і поділити цю суму на кількість молекул, $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_N}{N}$ (середнє значення величини позначають рискою над її літерним символом).

Надалі нам знадобиться середнє значення не самої швидкості, а квадрата швидкості. Як відомо, від цієї величини залежить середня кінетична енергія молекул. А середня кінетична енергія молекул, як ми незабаром переконаємося, має виняткове значення в молекулярно-кінетичній теорії.

Отже, *середній квадрат швидкості руху молекул* дорівнює $\overline{v^2} = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}$, де v_1, v_2, \dots, v_N — модулі швидкостей окремих молекул, N — їх кількість у газі.

Середня квадратична швидкість руху молекул (\bar{v}) — це величина, яка визначається коренем квадратним із середнього квадрата швидкостей руху молекул: $\bar{v} = \sqrt{\overline{v^2}}$.

Середня квадратична швидкість є характеристикою хаотичного невпорядкованого руху молекул, її ще називають *тепловою*.

У молекулярній фізиці також широко використовуються *закони теорії ймовірності*. Це звільняє від потреби знати точне значення тих чи інших фізичних величин: достатньо мати відомості про найімовірніші значення цих величин. Так, визначити, скільки молекул газу, що містяться в посудині, мають швидкість, наприклад, $300 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, неможливо. Ми можемо лише встановити, яка частина молекул має швидкість, що лежить, наприклад, в інтервалі $(300 \pm 10) \frac{\text{м}}{\text{с}}$, або в іншому інтервалі.

Молекулярно-кінетична теорія ідеального газу, користуючись методами статистики, дає змогу теоретично вивести газові закони, пояснити властивості газів і процесів, що відбуваються в газах.

Тиск газу в молекулярно-кінетичній теорії. Газ чинить тиск на всі тіла, з якими контактує. Цим газ принципово відрізняється від рідин і твердих тіл. З курсу фізики 7 класу ми знаємо, що тиск газу на стінки посудини (чи будь-яку іншу поверхню) зумовлений ударами об неї молекул газу. У результаті удару, наприклад, об стінку посудини кожна молекула передає їй імпульс, а отже, діє на неї з певною (дуже малою) силою. Натомість стінка діє на молекулу з такою самою силою у протилежному напрямку. Коли кількість молекул у посудині мала, ці удари відбуваються зі значними (у молекулярному масштабі) інтервалами часу і сприймаються не як безперервна дія, а як низка послідовних, дуже малих дій. Коли кількість молекул у посудині велика, що реально (крім штучно створюваних умов високого вакууму), ці удари відбуватимуться безперервно. Нескінченно малі дії окремих молекул додаються, і результуюча дія сприймається як постійно діюча сила.

Отже, згідно з молекулярно-кінетичними уявленнями, тиск газу виникає в результаті ударів молекул об стінки посудини.

Це величина, яка характеризує стан великої кількості молекул, — тобто макроскопічна величина. У випадку однієї чи кількох молекул поняття тиску взагалі втрачає сенс.

Нагадуємо, що тиск, p — це фізична величина, яка чисельно дорівнює силі, що діє на одиницю площі поверхні перпендикулярно цій поверхні.

За одиницю тиску в СІ беруть такий тиск, за якого на 1 м^2 поверхні діє сила в 1 Н . Цю одиницю називають паскалем: $1 \text{ Па} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$. Використовують і позасистемні одиниці — міліметр ртутного стовпчика ($1 \text{ мм рт. ст.} \approx 133,3 \text{ Па}$), атмосферу ($1 \text{ атм.} \approx 10^5 \text{ Па}$). Вимірюють тиск газу, нижчий і вищий, ніж атмосферний, за допомогою манометрів, атмосферний — барометрами.

Оскільки величезна кількість молекул газу рухається хаотично, то в середньому кількість ударів у будь-якому напрямку однакова, а отже, тиск на всі стінки посудини має бути однаковим, на що вказує закон Паскаля.

Виведення основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу. Використовуючи модель ідеального газу, німецький фізик Рудольф Клаузіус вивів рівняння, що встановлює зв'язок між тиском ідеального газу p , масою молекули m_0 , концентрацією молекул n і середнім квадратом швидкості $\overline{v^2}$.

Точне виведення рівняння молекулярно-кінетичної теорії досить складне. Доведення майже кожного твердження у фізиці, виведення будь-якого рівняння можна виконати з різним ступенем точності й переконливості: дуже спрощено, більш-менш точно й з високою точністю, доступною сучасному стану розвитку науки. Ми обмежимося дуже спрощеним, схематичним виведенням рівняння.

Нехай усередині посудини, площа стінки якої S , міститься ідеальний одноатомний газ з молекулами масою m_0 кожна. Згідно зі статистичними закономірностями, можна вважати, що всі молекули рухаються із середньою

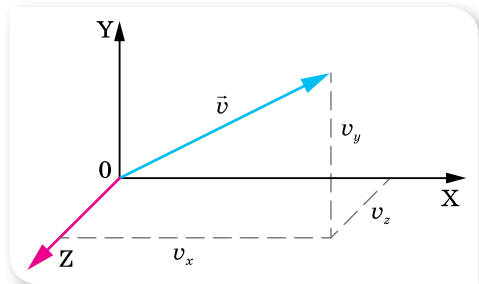
$$\text{квадратичною швидкістю } \bar{v} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_N^2}{N}}.$$

У декартовій системі координат вектор швидкості \vec{v} має три складові: v_x, v_y, v_z (мал. 85). За визначенням $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$.

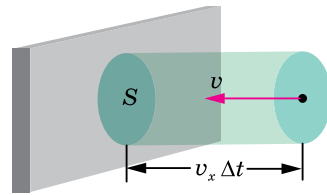
Повна хаотичність руху дає змогу стверджувати, що рух у всіх напрямках відбувається з однаковою швидкістю, тому $\overline{v_x} = \overline{v_y} = \overline{v_z}$, а отже, $\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}$, звідки $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$.

Припустімо, що молекули газу рухаються від однієї стінки до іншої без взаємних зіткнень. Це спрощення внаслідок великої кількості молекул N і хаотичності їх руху не впливає на точність розрахунків. Під час зіткнень зі стінками посудини молекули ідеального газу взаємодіють з ними за законами механіки як абсолютно пружні тіла. Молекула діє на стінку силою \vec{F}_1 , що, за третім законом Ньютона, дорівнює силі \vec{F}_2 , з якою стінка посудини діє на молекулу і протилежна їй за напрямком.

Нехай молекула масою m_0 рухається зі швидкістю \vec{v}_0 перпендикулярно до стінки посудини, площа якої S_0 (мал. 86). Пружно вдарившись об стінку, вона передає їй імпульс: $\vec{F}_1 \Delta t = m_0 \vec{v} - m_0 \vec{v}_0$, де \vec{v} —



Мал. 85. Проекції вектора швидкості \vec{v} на осі системи координат



Мал. 86. До виведення основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії

швидкість молекули після удару об стінку. Оскільки взаємодія пружна, модуль швидкості не змінюється, а напрямок руху змінюється на протилежний, отже $\vec{v} = -\vec{v}_0$, то $\vec{F}_1 \Delta t = m_0 \vec{v} - (-m_0 \vec{v}_0) = 2m_0 \vec{v}_0$.

Якщо швидкість руху молекули напрямлена під довільним кутом до стінки, то під час зіткнення молекули зі стінкою проекція її швидкості на вісь, перпендикулярну до поверхні стінки, змінює знак, $v_x = -v_{0x}$, а проекції швидкостей v_y та v_z на осі, паралельні поверхні стінки, лишаються без змін. Отже, зміна проекції імпульсу молекули дорівнює: $F_1 \Delta t = 2m_0 v_x$.

Щоб обчислити імпульс сили F , яка діє на стінку з боку всіх молекул, підрахуємо кількість зіткнень молекул зі стінкою за час Δt . За цей час стінки посудини досягнуть лише ті молекули, які містяться в об'ємі $V = Sv_x \Delta t$. Оскільки в цьому об'ємі половина молекул рухається до стінки, а половина від неї, то кількість молекул Z , які вдаряться об стінку за час Δt , дорівнює $Z = \frac{N}{2} = \frac{nV}{2}$, де $n = \frac{N}{V}$ — концентрація молекул. Підста-

вивши значення об'єму V , отримуємо $Z = \frac{nv_x \Delta t S}{2}$.

Усі ці молекули передадуть стінці імпульс, який згідно з другим законом Ньютона дорівнює імпульсу сили $F \Delta t = 2m_0 v_x Z = \frac{2m_0 v_x^2 n \Delta t S}{2}$. Звідки $F = m_0 n S v_x^2$.

Оскільки для великих сукупностей молекул діють закони статистики, слід брати середнє значення квадрата проекції швидкості $\overline{v_x^2}$. Врахувавши, що $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$, а тиск $p = \frac{F}{S}$, одержимо вираз *основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів*:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2}.$$

Отримавши основне рівняння МКТ газів, ми виконали основне завдання молекулярно-кінетичної теорії газів — установили зв'язок між тиском (макроскопічним параметром) з такими мікроскопічними параметрами, як маса однієї молекули й середня квадратична швидкість руху молекул.

Це рівняння можна подати і в іншому вигляді. Поділимо і помножимо праву частину рівняння на 2: $p = \frac{2 \cdot n m_0 \overline{v^2}}{2 \cdot 3}$ і, враховуючи, що $\frac{m_0 \overline{v^2}}{2} = \overline{E}$, бачимо, що *тиск ідеального газу пропорційний середній кінетичній енергії хаотичного руху його молекул*: $p = \frac{2}{3} n \overline{E}$.

Основне рівняння МКТ газів підтверджує такий факт: що більшими є маси молекул та їхні швидкості, а також кількість молекул в одиниці об'єму (концентрація), то більший тиск вони чинять на стінки посудини.

Парціальний тиск. Якщо газ є сумішшю кількох ідеальних газів, то молекули кожного типу газу чинять тиск на стінку посудини незалежно.

Парціальний тиск — це тиск, що його чинив би газ, який входить до складу суміші газів, коли б він сам за тієї самої температури займав увесь об'єм.

Згідно з принципом суперпозиції сил тиски газів, які утворюють суміш (парціальні тиски), додаються. Це твердження вперше сформулював у 1801 р. англійський фізик і хімік Джон Дальтон (1766–1844), тому його називають **законом Дальтона**:

тиск суміші газів дорівнює сумі парціальних тисків складових газів,

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n.$$

Закон Дальтона строго виконується для суміші ідеальних газів; наближено застосовується для реальних газів за температур і тисків, далеких від *критичних*¹. Так, атмосферний тиск складається із парціальних тисків азоту, кисню та інших газів, що містяться в атмосферному повітрі.



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗУМІЮ

1. Назвіть умови, за яких газ можна вважати ідеальним.
2. Які величини називають мікроскопічними та макроскопічними параметрами газу?
3. Чому в молекулярній фізиці використовують статистичні методи? У чому їх суть?
4. Який механізм виникнення тиску газу з погляду МКТ?
5. Які особливості основного рівняння ідеального газу й чому його називають основним?
6. Виведіть і поясніть фізичний зміст основного рівняння МКТ.
7. У чому полягає суть закону Дальтона?



Приклади розв'язування задач

Задача 1. Тиск розрідженого газу $p = 5 \cdot 10^4$ Па, його густина $\rho = 4,1 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Визначте середню квадратичну швидкість хаотичного руху молекул газу.

Дано:

$$p = 5 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$\rho = 4,1 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\bar{v} = ?$$

Розв'язання:

В основному рівнянні МКТ ідеального газу для тиску

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2, \text{ добуток } n m_0 = \rho.$$

$$\text{Отже, } p = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2. \text{ Звідси } \bar{v} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} \approx 1900 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Відповідь: $\bar{v} = 1900 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

¹ Для кожної речовини існує свій критичний стан, який визначається критичною температурою, тиском та об'ємом.

ВПРАВА 18

1. Який тиск газу, якщо середня квадратична швидкість руху його молекул — $500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а його густина становить $1,35 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$?
2. Чому дорівнює середня квадратична швидкість руху молекул газу, якщо, маючи масу 6 кг, він займає об'єм 5 м^3 за тиску 200 кПа?
3. Визначте концентрацію молекул кисню, якщо його тиск 0,2 МПа, а середня квадратична швидкість руху молекул дорівнює $700 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
4. Визначте середню кінетичну енергію руху молекули одноатомного газу за тиску 20 кПа. Концентрація молекул цього газу за зазначеного тиску дорівнює $3 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$.
5. У закритій посудині міститься ідеальний газ. Як зміниться його тиск, якщо середня квадратична швидкість молекул збільшиться на 20 %?

§ 20

Термодинамічний і молекулярно-кінетичний зміст температури

Термодинамічна рівновага. Температура. Як уже зазначалося, у молекулярній фізиці використовують як термодинамічні, так і статистичні методи дослідження. Згідно з термодинамічним підходом, будь-яке *макроскопічне* тіло або *групу макроскопічних* тіл називають *термодинамічною системою*. Ідеальний газ є термодинамічною системою. Величини, які характеризують стан термодинамічної системи без урахування молекулярної будови тіл, — *об'єм, тиск, температуру* — називають відповідно макроскопічними (або термодинамічними) параметрами.

Температура — це фізична величина, про яку ви знаєте з раннього дитинства як про ступінь нагрітості тіл (холодне, тепле, гаряче), характеристику теплої або холодної погоди в різні пори року, показник стану здоров'я тощо. Побутове поняття температури часто перешкоджає глибокому розумінню її фізичного змісту. Це одна з непростих фізичних величин, до розуміння якої людство йшло протягом багатьох століть.

Численні спостереження та досліді свідчать, що для будь-яких взаємодіючих макроскопічних тіл або групи тіл (термодинамічної системи) за незмінних зовнішніх умов раніше чи пізніше *настає стан теплової рівноваги*.

Тепловою, або термодинамічною, рівновагою називають такий стан системи, коли всі її макроскопічні параметри як завгодно довго лишаються незмінними.

Отже, коли між двома тілами встановлюється тепловий контакт і зовнішні умови не змінюються, тіла приходять до стану теплової рівноваги.

Термодинамічна (або абсолютна температура), T є єдиною функцією стану термодинамічної системи, яка характеризує напрямок самовільного теплообміну між тілами (системами).

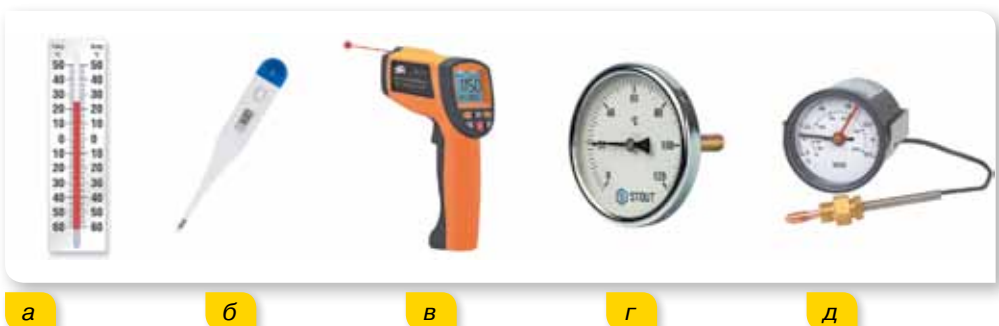
Термодинамічна система може перебувати в різних станах теплової рівноваги. У кожному із цих станів температура має певне значення. Інші величини можуть мати у стані теплової рівноваги різні (але постійні) значення. Так, об'єми різних частин системи й тиски всередині їх, за наявності твердих перегородок, можуть бути різними. Якщо до кімнати ви внесете м'яч, що був наповнений стиснутим повітрям надворі, через деякий час температура повітря в ньому та кімнаті зрівняються. А тиск повітря в м'ячі все одно буде більшим, ніж у кімнаті.

У всіх частинах системи, що перебуває в стані теплової рівноваги, температура має одне й те саме значення.

Способи вимірювання температури. Термометри. Властивість температури набувати однакового значення для тіл, що перебувають у стані теплової рівноваги, покладено в основу її вимірювання. Прилади для вимірювання температури — *термометри* (мал. 87) конструктивно складаються з вимірювального елемента й температурної шкали.

Щоб виміряти температуру певного тіла, його приводять у контакт із термометром і чекають, поки теплообмін між тілом і термометром припиниться. Термометр фіксує власну температуру, що дорівнює температурі тіла, з яким він перебуває в тепловій рівновазі.

Щоб виготовити термометр, можна скористатися зміною будь-якої макроскопічної величини залежно від температури: об'єму, тиску, електричного опору тощо. Найчастіше на практиці використовують рідинні термометри (мал. 87, а), дія яких ґрунтується на залежності об'єму рідини (ртуті або спирту) від зміни температури.



Мал. 87. Термометри різних конструкцій: а — рідинний; б — електричний, в — безконтактний (пірометр); г — біметалевий; д — газовий

Дія електричних термометрів (мал. 87, б) ґрунтується на залежності сили струму від температури. Електричними термометрами інших конструкцій температуру можна вимірювати й на основі залежності опору провідника (резистора) або напівпровідника (термістора) від температури. Ці термометри дають змогу виконувати вимірювання дистанційно.

У безконтактних термометрах (пірометрах) (мал. 87, в) для вимірювання температури використовують залежність випромінювання тіла від температури. За допомогою пірометрів вимірюють температуру тіл від +300 до +6000 °С і вище (наприклад, температуру зір).

Дія біметалевих термометрів (мал. 87, г) ґрунтується на залежності деформації біметалевої пластинки від температури.

У газових термометрах на зміну температури вказує зміна тиску газу, вміщеного у скляній посудині сталого об'єму (мал. 87, д). За постійних значень об'єму V і кількості молекул N тиск газу, який вимірюють манометром, може бути мірою температури газу, а отже, будь-якого тіла, з яким газ перебуває в тепловій рівновазі.

В оптичних пірометрах порівнюють випромінювання тіла на певній довжині хвилі та спеціальної лампи, яскравість якої можна регулювати, змінюючи значення струму. Зображення тіла й нитки лампи проєктують на одну площину. Підбираючи значення струму в лампі, досягають однакової яскравості зображень. За напругою, прикладеною до лампи, визначають температуру тіла. Індикатор в оптичному пірометрі — око експериментатора.

Абсолютна температурна шкала. Термодинамічна температура відлічується за абсолютною термодинамічною шкалою (шкалою Кельвіна), яка є основною в системі СІ. Відповідно одиницею температури є кельвін: 1 К.

У 1848 р. видатний англійський фізик Вільям Томсон (лорд Кельвін) (1824–1907) запропонував точку 0 °С температурної шкали Цельсія змістити до 273,15 К, залишивши ціну поділки незмінною.

Перехід від шкали Цельсія до абсолютної температурної шкали такий: $T(\text{К}) = (t \text{ } ^\circ\text{С} + 273,15) \text{ К}$, $1 \text{ } ^\circ\text{С} = 1 \text{ К}$.

Температуру 0 К називають *абсолютним нулем температур*, за шкалою Цельсія йому відповідає $-273,15 \text{ } ^\circ\text{С}$. Це температура, за якої мав би припинитися поступальний рух молекул. Однак доведено, що навіть за абсолютного нуля молекулярний рух не припиняється — молекули здійснюють коливальні рухи. Досягти абсолютного нуля неможливо — це один з основних законів природи. Тим більше, неможливо дістати температуру, нижчу ніж абсолютний нуль. Що ближча температура охолоджуваного тіла до абсолютного нуля, то важче проходить подальше охолодження.

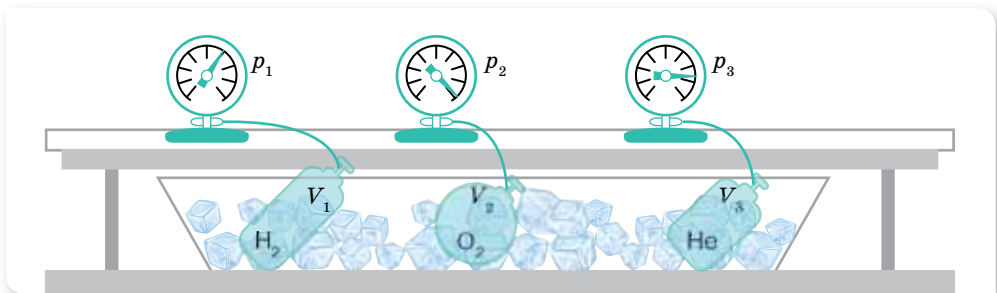
Температура й середня кінетична енергія поступального руху молекул газу. У стані теплової рівноваги макропараметри (тиск, об'єм, температура тощо) не змінюються як завгодно довго. Це означає, що в тілах не відбуваються хімічні реакції, агрегатні перетворення тощо. Однак це не означає, що всередині системи у стані теплової рівноваги не рухаються

атоми й молекули: мікропроцеси в тілах не припиняються, оскільки ні на мить не припиняється тепловий рух молекул або атомів. Положення і швидкості руху молекул у стані теплової рівноваги безперервно змінюються, а макропараметри — є сталими, бо вони визначаються поведінкою не окремих молекул, а їх усередненим результатом.

Якщо два тіла з різними температурами приведено в контакт, то їхні молекули внаслідок хаотичного руху стикаються, а отже, відбувається передавання енергії, яке триває доти, поки середні кінетичні енергії молекул зрівняються. Саме тоді й настає *теплова рівновага*.

Можна висловити *припущення*, що середня кінетична енергія молекул і температура однаково характеризують процес встановлення теплової рівноваги, тільки перша — мікроскопічно, а друга — макроскопічно. Експериментально встановити зв'язок середньої кінетичної енергії молекул з температурою дуже важко, бо середню кінетичну енергію молекули не можна виміряти безпосередньо. Спочатку треба з'ясувати зв'язок середньої кінетичної енергії з величинами, які можна виміряти. Зробимо це на прикладі ідеального газу.

Звернімося до такого досліду. Візьмемо кілька посудин, заповнених різними газами, наприклад, воднем, гелієм і киснем. Посудини мають певні об'єми й сполучені з манометрами. Це дає змогу виміряти тиск у кожній посудині. Маса газів відома, а отже, відома кількість молекул у кожній посудині. Приведемо гази у стан теплової рівноваги. Для цього помістимо посудини в лід, що тане, і почекаємо, поки встановиться рівновага, і тиск газів перестане змінюватись (мал. 88). Після цього можна стверджувати, що всі гази мають однакову температуру 0°C . Тиск газів, їх об'єми й кількості молекул будуть різними.



Мал. 88. Установка для досліду

За основним рівнянням МКТ, тиск ідеального газу $p = \frac{2}{3} n \bar{E}$. Ураховуючи, що $n = \frac{N}{V}$, можна записати $\bar{E} = \frac{3 pV}{2 N}$. Отже, середню кінетичну енергію молекул можна визначити, якщо виміряти тиск і об'єм газу й обчислити кількість молекул, знаючи масу газу, сталу Авогадро та молярну масу газу: $N = \frac{m}{M} N_A$.

Проведені вимірювання показали, що за однакової температури $\frac{p_{\text{H}_2} V_{\text{H}_2}}{N_{\text{H}_2}} = \frac{p_{\text{He}} V_{\text{He}}}{N_{\text{He}}} = \frac{p_{\text{O}_2} V_{\text{O}_2}}{N_{\text{O}_2}}$. Отже, однаковими є і значення \bar{E} для всіх газів.

Звертаємо вашу увагу на той факт, що для тисків у тисячі атмосфер, коли густина газів стає досить значною, відношення $\frac{pV}{N}$ перестає бути точно визначеним, незалежним від об'ємів, що їх займають гази. Воно справджується для розріджених газів, які можна вважати ідеальними.

Якщо всі посудини з газами поставити в киплячу воду (+100 °C) за нормального атмосферного тиску, то значення відношення $\frac{pV}{N}$, як і раніше, для всіх газів буде однаковим, але збільшиться (порівняно з 0 °C). Завдяки цьому можна стверджувати, що величина $\frac{pV}{N}$ зростає за підвищенням температури, більше того, ні від чого, крім температури, не залежить.

Цей дослідний факт дає змогу розглядати величину $\frac{pV}{N}$ як температуру, що вимірюється в енергетичних одиницях — джоулях: $\left[\frac{pV}{N} \right] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$. Проте, по-перше, це незручні для практичного застосування одиниці. Так, температурі 100 °C відповідає дуже мала величина — порядку 10^{-21} Дж. А по-друге, і це головне, уже давно температуру вимірюють у градусах. Вважатимемо величину $\frac{pV}{N}$ прямо пропорційною температурі T , яку вимірюють у градусах (за шкалою Кельвіна), $\frac{pV}{N} \sim T$ або, переходячи до знаку рівності, $\frac{pV}{N} = kT$.

Перепишемо формулу $\bar{E} = \frac{3}{2} \frac{pV}{N}$ у вигляді $\frac{pV}{N} = \frac{2}{3} \bar{E}$ і прирівняємо її праву частину до правої частини формули $\frac{pV}{N} = kT$. Отримаємо: $\frac{2}{3} \bar{E} = kT$.

Звідси $\bar{E} = \frac{3}{2} kT$, тобто

середня кінетична енергія хаотичного руху молекул газу пропорційна абсолютній температурі.

Що вищою є температура, то швидше рухаються молекули. Отже, припущення про зв'язок температури й середньої кінетичної енергії руху молекул підтвердилося.

Стала Больцмана. Останнє співвідношення одержав австрійський фізик Больцман. Він показав, що середня кінетична енергія поступального руху молекул газу лінійно залежить від температури. Коефіцієнт про-

порційності, що входить до формули, називають *сталою Больцмана*, його значення: $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

Для вимірювання температури можна використати довільні одиниці енергії. Проте історично склалося так, що для вимірювання температури було запропоновано спеціальні одиниці — градуси. Причина цього в тому, що вимірювати температуру навчилися раніше, ніж було з'ясовано її фізичний зміст. Саме стала Больцмана є тим коефіцієнтом, який переводить одиниці енергії джоулі в градуси.

Стала Больцмана — це фундаментальна фізична стала, яка пов'язує температуру в енергетичних одиницях з температурою в кельвінах. Чисельно вона дорівнює зміні кінетичної енергії однієї молекули ідеального газу в результаті зміни температури газу на 1 К.

Молекулярно-кінетичний зміст температури. Абсолютна температура (або просто температура) — це макроскопічний параметр, який характеризує внутрішній тепловий стан тіла й визначається рухом величезної кількості його структурних елементів. У цьому розумінні температура є статистичною величиною, а тому поняття температури має сенс лише для величезної кількості молекул. Не можна говорити про температуру однієї або кількох (небагатьох) молекул, про «гарячі» або «холодні» молекули.

Співвідношення між температурою й середньою кінетичною енергією руху молекул, яке було встановлено для ідеального газу, справджується для будь-яких речовин, рух атомів або молекул яких підпорядковується законам механіки Ньютона. Воно справджується для рідин і твердих тіл, у яких атоми можуть лише коливатись біля положень рівноваги у вузлах кристалічних ґраток.

Температура як термодинамічна величина характеризує тепловий стан системи, як молекулярно-кінетична величина — інтенсивність хаотичного руху молекул у цій системі.



ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗЦМЮ

1. Які характерні ознаки стану теплової рівноваги? Наведіть приклади встановлення теплової рівноваги тіл, які оточують вас у повсякденному житті.
2. Якою фізичною величиною характеризується стан теплової рівноваги?
3. Поясніть принцип побудови температурних шкал Цельсія та Кельвіна. Запишіть формули, що виражають співвідношення між значеннями температури, вимірюваної за шкалами Цельсія та Кельвіна.
4. Як пов'язані об'єм, тиск і кількість молекул різних газів у стані теплової рівноваги?
5. Запишіть формулу, що показує, як залежить від температури середня кінетична енергія поступального руху молекул.
6. Температура газу збільшилася від 1 до 2 °С. Чи можна сказати, що середня кінетична енергія його частинок також збільшилась удвічі?

- Запишіть і поясніть формулу, що показує залежність тиску газу від його температури та концентрації молекул.
- Що називають абсолютним нулем температури? Який фізичний зміст цього поняття з погляду МКТ?
- Який фізичний зміст сталої Больцмана? Чому вона дорівнює?



Приклади розв'язування задач

Задача. Визначте середню кінетичну енергію молекул одноатомного газу та концентрацію молекул за температури 290 К і тиску 0,8 МПа.

Дано:

$$T = 290 \text{ К}$$

$$p = 0,8 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$\bar{E} = ?$$

$$n = ?$$

Розв'язання:

Урахувавши рівняння $\bar{E} = \frac{3}{2} kT$ і співвідношення

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}, \text{ одержимо ще один вираз основного рівняння}$$

$$\text{МКТ газів: } p = nkT, \text{ а, отже: } n = \frac{p}{kT}.$$

Із цих формул легко визначити шукані величини:

$$\bar{E} = \frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 290 \text{ К}}{2} = 6 \cdot 10^{-21} \text{ Дж},$$

$$n = \frac{0,8 \cdot 10^6 \text{ Па}}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 290 \text{ К}} = 2 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-3}.$$

Відповідь: $6 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}; 2 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-3}$.

ВПРАВА 19

- За якої температури середня квадратична швидкість руху молекул азоту дорівнює $830 \frac{\text{м}}{\text{с}}$?
- На скільки відсотків збільшується середня кінетична енергія руху молекул газу в разі збільшення його температури від 7 до 35 °С?
- У скільки разів середня квадратична швидкість руху молекул кисню менша за середню квадратичну швидкість руху молекул водню, якщо температури цих газів однакові?
- Після підвищення температури ідеального газу на 150 К середня квадратична швидкість руху його молекул збільшилась від 400 до $500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. На скільки градусів треба нагріти цей газ, щоб збільшити середню квадратичну швидкість його молекул від 500 до $600 \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

- У посудині об'ємом 3 дм³ міститься гелій масою 4 мг, азот масою 70 мг і $5 \cdot 10^{21}$ молекул водню. Який тиск суміші, якщо її температура 27 °С?
- Побудуйте графік залежності густини кисню: а) від тиску (за температури $T = \text{const} = 390 \text{ K}$ в інтервалі $0 \leq p \leq 400 \text{ кПа}$ через кожні 50 кПа); б) від температури (за $p = \text{const} = 400 \text{ кПа}$ в інтервалі $200 \leq T \leq 300 \text{ K}$ через кожні 20 К).

§ 21

Рівняння стану ідеального газу. Об'єднаний газовий закон

Рівняння стану ідеального газу. Універсальна газова стала. Як уже зазначалося, ідеальний газ є найпростішою термодинамічною системою. Стан газу певної маси повністю визначений, якщо відомі його тиск, температура та об'єм. Ці величини називають *параметрами стану газу*. Якщо ці параметри змінюються, то в газі відбувається той або інший *процес*. У природі часто протікають процеси, у яких одночасно змінюються всі три величини, що характеризують стан газу. Рівняння, що зв'язує параметри стану цього газу (p, V, T), називають *рівнянням стану ідеального газу*.

Слід зазначити, що задовго до того, як рівняння стану ідеального газу було виведено на основі молекулярно-кінетичних уявлень, закономірності поведінки газів у різних умовах були досить добре досліджені експериментально. Саме тому рівняння стану ідеального газу можна розглядати як узагальнення експериментальних фактів, що знаходять своє пояснення в молекулярно-кінетичній теорії.

Нині рівняння стану ідеального газу легко можна вивести з основного рівняння МКТ. Урахувавши рівняння $\bar{E} = \frac{3}{2}kT$ і співвідношення

$p = \frac{2}{3}n\bar{E}$, одержимо ще один вираз основного рівняння МКТ газів:

$$p = nkT,$$

де p — тиск газу, n — концентрація молекул ідеального газу, k — стала Больцмана, T — абсолютна температура газу. Далі, $p = nkT \rightarrow$

$$\rightarrow p = \frac{N}{V}kT \rightarrow pV = NkT \rightarrow pV = \frac{m}{M}N_A kT.$$

Добуток сталої Авогадро N_A на сталу Больцмана k є також сталою величиною, яку називають **універсальною (молярною) газовою сталою** й позначають $R = N_A k$. Підрахуємо значення універсальної газової сталої:

$$R = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Отже, ми отримали з основного рівняння МКТ газів рівняння, яке містить тільки макроскопічні (термодинамічні) характеристики стану газу

і яке називають рівнянням стану ідеального газу. Це рівняння ще називають *рівнянням Менделєєва — Клапейрона*:

$$pV = \frac{m}{M} RT.$$

Рівняння Менделєєва — Клапейрона дає змогу визначити один невідомий параметр стану ідеального газу, якщо інші параметри відомі, для газу будь-якого хімічного складу й довільної маси m . Єдина величина в цьому рівнянні, що залежить від виду газу, — це його молярна маса M .

Якщо врахувати, що густина газу $\rho = \frac{m}{V}$, то рівняння Менделєєва — Клапейрона матиме вигляд: $p = \frac{\rho}{M} RT \rightarrow RT$. Або врахувавши, що $v = \frac{m}{M}$, отримуємо: $pV = vRT$.

Для суміші газів рівняння набуває вигляду: $pV = (v_1 + v_2 + \dots + v_n) RT$, де v_1, v_2, \dots — кількості речовини кожного з газів суміші.

Для одного моля ($v = 1$ моль) довільного газу це співвідношення набуває вигляду: $pV = RT$.

Отже, виведене на підставі молекулярно-кінетичних уявлень рівняння підтверджує ще один установлений експериментально закон. Якщо в це рівняння підставити значення тиску й температури, що відповідають нормальним умовам ($T = 273,15$ К (0°C), $p = 1$ атм $= 1,013 \cdot 10^5$ Па), то один моль будь-якого газу займає об'єм $V_0 = 0,0224$ м³. Це твердження називають *законом Авогадро*.

Лише за тиску в сотні атмосфер (коли виявляє себе об'єм молекул газу) і за температур, близьких до температур зрідження газу (внаслідок великої сили взаємодії молекул), відхилення від результатів розрахунків за рівнянням стану ідеального газу стають істотними.

Об'єднаний газовий закон. У природі часто відбуваються процеси, коли водночас змінюються всі три параметри стану газу, при цьому маса газу залишається незмінною ($m = \text{const}$). Якщо параметри на початку процесу, який відбувається з газом певної маси, позначити через p_1, V_1, T_1 , а їх значення в кінці процесу — через p_2, V_2, T_2 , то $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{m}{M} R$ і $\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{m}{M} R$.

Оскільки праві частини обох виразів однакові, однакові і їхні ліві частини.

Отже, для газу незмінної маси: $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$, або $\frac{pV}{T} = \text{const}$ — *під час переходу газу незмінної маси з одного стану в інший добуток його тиску на об'єм, поділений на термодинамічну температуру газу, є величиною сталою*.

Рівняння стану ідеального газу $\frac{pV}{T} = \text{const}$ виведене в 1834 р. французьким фізиком Бенуа Клапейроном (1799–1864), який протягом десяти років працював у Росії. У 1874 р. видатний російський учений Дмитро Менделєєв удосконалив формулу рівняння стану, ввівши макроскопіч-

ний параметр — масу газу. Саме тому рівняння $pV = \frac{m}{M}RT$ називають *рівнянням Менделєєва — Клапейрона*.

Співвідношення між значеннями тих чи інших параметрів на початку та в кінці процесу називається *газовим законом*. Рівняння Клапейрона $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ ще називають *об'єднаним газовим законом*.



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗУМІЮ

1. Що таке параметри стану системи? Які величини до них належать?
2. Виведіть рівняння Менделєєва — Клапейрона для довільної маси ідеального газу.
3. Виведіть рівняння Клапейрона. Як воно формулюється?
4. Чому дорівнює універсальна газова стала в СІ?
5. Чому дорівнює об'єм одного моля будь-якого газу за нормальних умов?



Приклади розв'язування задач

Задача. У приміщенні об'ємом $V = 100 \text{ м}^3$ після роботи обігрівача температура повітря¹ збільшилася від $t_1 = 17 \text{ }^\circ\text{C}$ до $t_2 = 22 \text{ }^\circ\text{C}$. Яка маса Δm повітря, що вийшло з кімнати? Атмосферний тиск $p = 10^5 \text{ Па}$.

Дано:

$$V = 100 \text{ м}^3$$

$$t_1 = 17 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 22 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p = 10^5 \text{ Па}$$

$$M = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$\Delta m = ?$$

Розв'язання:

Запишемо рівняння Менделєєва — Клапейрона для двох станів повітря:

$$1) \text{ для } t_1 = 17 \text{ }^\circ\text{C} (T_1 = 290 \text{ К}), pV = \frac{m_1}{M} RT_1;$$

$$2) \text{ для } t_2 = 22 \text{ }^\circ\text{C} (T_2 = 295 \text{ К}), pV = \frac{m_2}{M} RT_2.$$

Визначимо маси повітря в кімнаті в першому та другому станах:

$$m_1 = \frac{pVM}{RT_1} \text{ і } m_2 = \frac{pVM}{RT_2}.$$

$$\text{Маса повітря, що вийшло з кімнати: } \Delta m = m_1 - m_2 = \frac{pVM}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right).$$

Після підстановки числових значень отримуємо: $\Delta m = 2,1 \text{ кг}$.

Відповідь: 2,1 кг.

¹ У цій і наступних задачах, якщо немає спеціальних застережень, повітря вважайте однорідним газом, молярна маса якого становить 0,029 кг/моль.

ВПРАВА 20

1. Визначте густину водню за температури 127 °С і тиску 830 кПа.
2. Який тиск стиснутого повітря, що міститься в балоні ємністю 20 л за 12 °С, якщо маса цього повітря 2 кг?
3. Густина деякої газоподібної речовини за температури 10 °С й нормального атмосферного тиску дорівнює $2,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Визначте молярну масу цієї речовини.
4. Яка кількість речовини міститься в газі, якщо за температури 240 К і під тиском 200 кПа його об'єм дорівнює 40 л?
5. Газ за тиску 0,2 МПа і температури 15 °С має об'єм 5 л. Визначте об'єм газу цієї маси за нормальних умов.
6. Пробірку, перевернуту догори дном, занурили у воду на деяку глибину. Яка концентрація повітря у пробірці на глибині 3 м? Температура води та повітря однакові й дорівнюють 20 °С. Атмосферний тиск — 760 мм рт. ст.
7. Кулю із жорсткою оболонкою масою 11,6 г заповнено воднем. Об'єм водню — 10 л. Температура водню та повітря, що оточує кулю, — 0 °С. Визначте тиск водню в кулі, якщо результуюча піднімальна сила, яка діє на кулю, дорівнює нулю.

§ 22 Ізопроееси

Ізопроееси. Процеси, які відбуваються за незмінного значення одного з параметрів газу сталої маси m і певного сорту M , називають **ізопроеесами** (від грец. *ізо* — рівний, однаковий). За допомогою рівняння стану можна досліджувати ізопроееси ідеального газу.

Оскільки жоден із параметрів газу не може бути строго фіксованим, то ізопроеес — це ідеалізована модель стану газу.

Закон Бойля — Маріотта. Графіки ізоермічного процесу. Розглянемо процес, що відбувається в газі за сталої температури. Процес зміни стану термодинамічної системи за сталої температури називають *ізоермічним* ($m = \text{const}$, $M = \text{const}$, $T = \text{const}$).

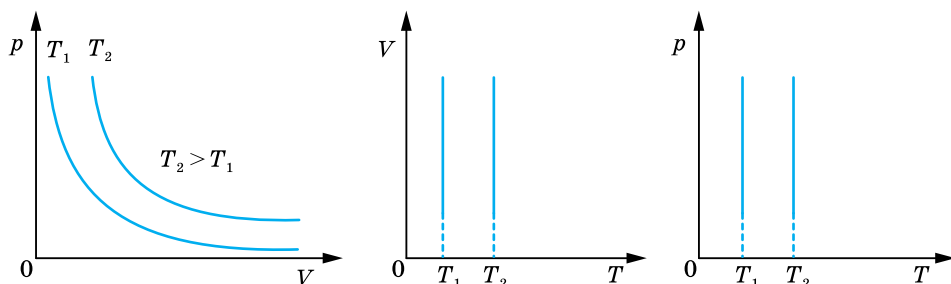
Для цих умов з рівняння Клапейрона $\frac{pV}{T} = \text{const}$ отримуємо

$pV = \text{const}$ або $p_1V_1 = p_2V_2$ чи $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$. Це рівняння було отримано експериментально (до створення молекулярно-кінетичної теорії) англійським фізиком Робертом Бойлем (1662 р.) і незалежно, французьким фізиком Едмом Маріоттом (1676 р.).

Закон Бойля — Маріотта можна сформулювати так:
для ідеального газу деякої маси (сталого кількості речовини) за сталої температури тиск газу змінюється обернено пропорційно до об'єму.

Цей закон, як і інші газові закони, є окремим випадком рівняння стану газу й виконується для будь-яких газів, які можна вважати ідеальними, а також для їх сумішей (наприклад, для повітря).

Часто закон Бойля — Маріотта записують так: $p = \frac{\text{const}}{V}$. Графічно залежність тиску газу сталої маси від об'єму за умови $T = \text{const}$ можна зобразити у вигляді гіперболи (порівняйте з $y = \frac{a}{x}$), яка для цього процесу називається *ізотермою* (мал. 89, а).



а

б

в

Мал. 89. Ізотерми: а — у координатах pV ; б — у координатах VT ; в — у координатах pT

Різним температурам відповідають різні ізотерми: що вищою є температура, то вище на координатній площині pV розташована гіпербола. Це корисно знати для розв'язування графічних задач.

На координатних площинах pT і VT ізотерми зображуються прямими, перпендикулярними до осі температур (мал. 89, б і в).

Ізотермічним можна вважати процес стиснення повітря компресором або розширення газу під поршнем насоса під час відкачування його з посудини. Процес має бути достатньо швидким, щоб не встиг відбутись теплообмін з навколишнім середовищем.

Закон Гей-Люссака. Графіки ізобарного процесу. Процес зміни стану термодинамічної системи за сталого тиску називають *ізобарним* (від грец. *барос* — вага) ($m = \text{const}$, $M = \text{const}$, $p = \text{const}$).

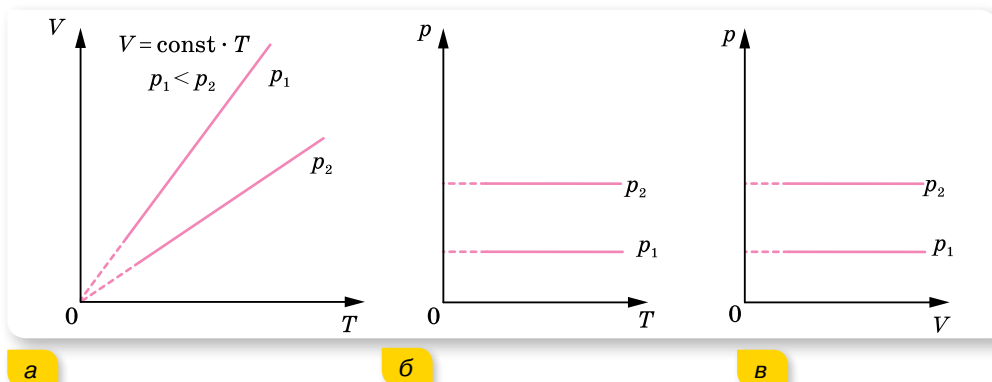
Відповідно з рівняння Клапейрона $\frac{pV}{T} = \text{const}$ для вказаних умов маємо: $\frac{V}{T} = \text{const}$ або $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$.

Цей закон у 1802 р. експериментально установив французський учений Жозеф Луї Гей-Люссак.

Закон Гей-Люссака формулюється так:

для ідеального газу певної маси з незмінним тиском відношення об'єму до температури залишається сталим.

Графік залежності об'єму від температури за сталого тиску $V = \text{const} \cdot T$ є прямою лінією (порівняйте з $y = ax$), яку називають *ізобарою*. На малюнку 90, а зображено дві ізобари в координатах V, T для різних значень тиску p_1 і p_2 , причому $p_1 < p_2$. На малюнку 90, б і в наведено графіки ізобарного процесу в координатах p, T і p, V .



Мал. 90. Ізобари

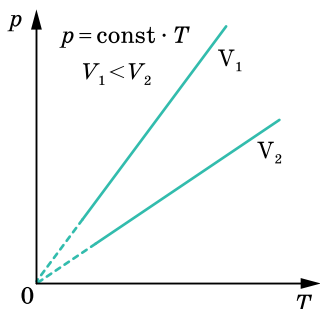
Закон Шарля. Графіки ізохорного процесу. Процес зміни стану термодинамічної системи за сталого об'єму називають ізохорним (від грец. *хорема* — місткість).

Якщо $m = \text{const}$, $M = \text{const}$, $V = \text{const}$, то з рівняння стану $\frac{pV}{T} = \text{const}$ випливає, що $\frac{p}{T} = \text{const}$ або $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$.

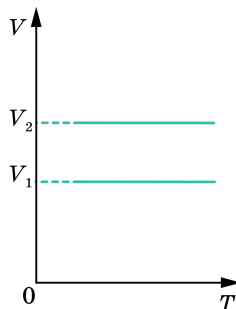
У 1787 р. французський фізик Жак Шарль експериментально встановив цей газовий закон, тому його називають **законом Шарля**.

Для ідеального газу певної маси з незмінним об'ємом відношення тиску газу до температури залишається сталим.

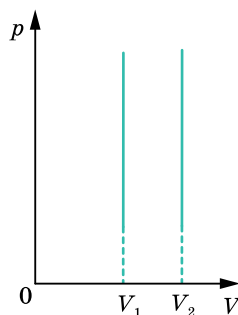
Графіком залежності тиску від температури за сталого об'єму $p = \text{const} \cdot T$ є пряма лінія (порівняйте $y = ax$), яку називають *ізохорою*. На малюнку 91, а (с. 114) в координатах p, T зображено дві ізохори для різних значень об'єму V_1 і V_2 , причому $V_1 < V_2$. На малюнку 91, б і в наведено графіки процесу в координатах V, T і p, V .



а



б



в

Мал. 91. Ізохори

ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗУМІЮ

1. Який процес називають ізотермічним? Яким законом описується цей процес? Зобразіть і поясніть графіки ізотермічного процесу.
2. Який процес називають ізобарним? Яким законом описують ізобарний процес? Зобразіть і поясніть графіки ізобарного процесу.
3. Який процес називають ізохорним? Як формулюють і записують цей закон? Зобразіть і поясніть графіки ізохорного процесу.



Експериментуємо

Визначте атмосферний тиск двома способами. Обладнання для першого досліду: дві скляні трубки, сполучені гумовою трубкою й закріплені в штативі, вода, лійка, корок, лінійка. Обладнання для другого досліду: висока мензурка (близько 40 см) з водою, пробірка, лінійка.



Приклади розв'язування задач

Отже, ви переконалися, що газові закони Бойля — Маріотта, Гей-Люссака і Шарля — це окремі випадки рівняння Менделєєва — Клапейрона. Газові закони та їх графічні ілюстрації дають змогу вивчати довільні термодинамічні процеси з ідеальним газом.

Задача 1. Унаслідок нагрівання газу в закритій посудині на 140 К тиск збільшився в 1,5 раза. Визначте початкову температуру газу.

Дано:

$$\Delta T = 140 \text{ К}$$

$$p_2 = 1,5 p_1$$

$$T_1 = ?$$

Розв'язання:

Оскільки посудина замкнута, то маса газу та його об'єм залишаються незмінними, тому процес нагрівання можна

вважати ізохорним: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$.

Оскільки $p_2 = 1,5p_1$, $T_2 = T_1 + \Delta T$, то $\frac{p_1}{T_1} = \frac{1,5p_1}{T_1 + \Delta T}$, звідки $T_1 = \frac{\Delta T}{0,5} = 280 \text{ К}$.

Відповідь: 280 К.

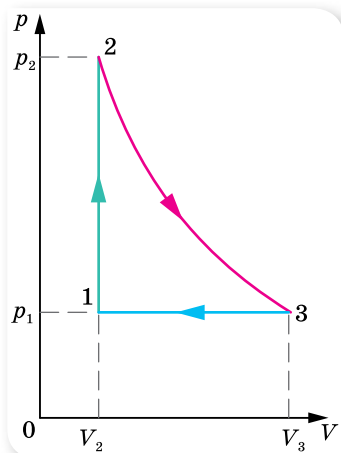
Задача 2. На малюнку 92 у координатах p, V зображено замкнений газовий процес (цикл). Побудуйте цей цикл у координатах V, T і p, T .

Розв'язання:

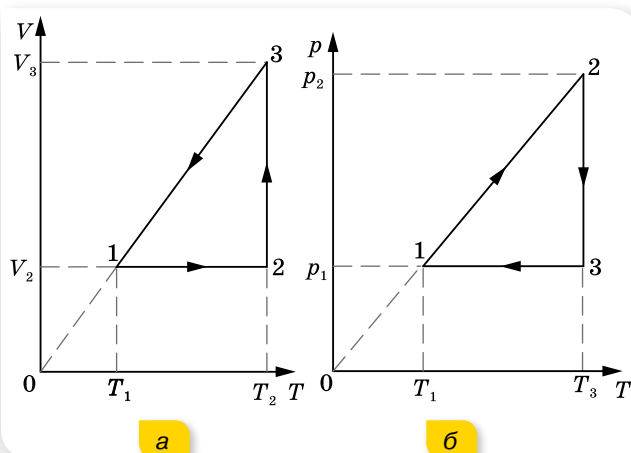
Проаналізуємо процеси, які відбуваються з газом. Перехід зі стану 1 у стан 2 відповідає ізохорному процесу, тиск збільшується від p_1 до p_2 , зрозуміло, що температура також збільшується. Перехід зі стану 2 у стан 3 — ізотермічне розширення газу від V_2 до V_3 , тиск при цьому зменшується від p_2 до p_1 . Перехід зі стану 3 у стан 1 відповідає ізобарному стисканню від V_3 до V_2 , причому $T_1 < T_3$.

Побудуємо цей цикл у координатах V, T (мал. 93, а). Лінія 1–2 зображає ізохорний процес, причому температура зростає від T_1 до T_2 . Лінія 2–3 зображує ізотермічне розширення від V_2 до V_3 . Лінія 3–1 — ізобарний процес. (Продовження цієї лінії має пройти через початок координат!)

На малюнку 93, б цей процес побудовано в координатах p, T .



Мал. 92

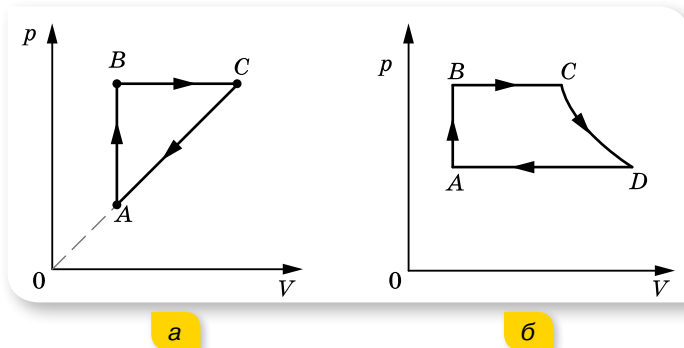


Мал. 93. Графік циклу в координатах V, T (а); у координатах p, T (б).

ВПРАВА 21

- Після стискання газу його об'єм зменшився з 8 до 5 л, а тиск підвищився на 60 кПа. Визначте початковий тиск.
- Унаслідок збільшення тиску в 1,5 раза об'єм газу зменшився на 30 мл. Визначте початковий об'єм.

- Який об'єм займе газ за температури 77°C , якщо при 27°C його об'єм був 6 л?
- У гумовій кулі міститься 2 л повітря за температури 20°C і нормального атмосферного тиску. Який об'єм займе повітря, якщо кулю занурити у воду на 10 м? Температура води 4°C .
- На малюнку 94 зображено замкнуті цикли. Ділянка CD на малюнку 94, б відповідає ізотермі. Накресліть ці діаграми в координатах p, T і V, T .



Мал. 94

- Пляшку, заповнену газом, щільно закрили корком, що має в поперечному перерізі площу $2,5\text{ см}^2$. До якої температури треба нагріти газ, щоб корок вилетів із пляшки, коли сила тертя, що утримує корок, дорівнює $11,8\text{ Н}$? Початкова температура — 3°C , атмосферний тиск — 10^5 Па .
- Вертикальний циліндр із важким поршнем заповнили киснем, маса якого $m = 10\text{ г}$. Після збільшення температури на $\Delta T = 50\text{ К}$ поршень піднявся на висоту $h = 7\text{ см}$. Визначте масу поршня M , якщо тиск газу над ним $p_0 = 0,1\text{ МПа}$. Площа поршня $S = 100\text{ см}^2$, молярна маса кисню $\mu = 0,032 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.
- Бульбашка повітря піднімається з дна водоймища з глибини H . Визначте залежність радіуса бульбашки r від глибини її занурення в даний момент часу, якщо її початковий об'єм дорівнював V . Силу поверхневого натягу не враховуйте. Атмосферний тиск — p_0 , густина води — ρ .
- Відкриту пробірку з повітрям нагріли, потім герметично закрили й охолодили до температури $t_2 = 7^\circ\text{C}$. Тиск повітря у пробірці після цього зменшився в $n = 1,5$ рази. До якої температури t_1 було нагріто пробірку?



Перевірте себе (§ 18–22)



- Маса молекули газу, який є складовою повітря, дорівнює $5,32 \cdot 10^{-26}\text{ кг}$. Який це газ?

А водень	В азот
Б вуглекислий газ	Г кисень

2. Обчисліть середню квадратичну швидкість атомів Гелію в атмосфері Юпітера. Температура атмосфери цієї планети становить $-123\text{ }^{\circ}\text{C}$.

А $5,2 \cdot 10^{-19} \frac{\text{М}}{\text{с}}$

В $967 \frac{\text{М}}{\text{с}}$

Б $7,2 \cdot 10^{-10} \frac{\text{М}}{\text{с}}$

Г $935 \frac{\text{КМ}}{\text{с}}$

3. Який параметр x ідеального газу можна визначити за формулою $x = \frac{3p}{nm_0}$, де p — тиск газу, n — концентрація молекул, m_0 — маса молекули?

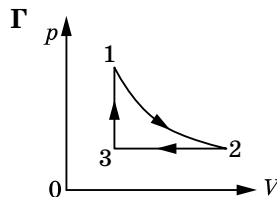
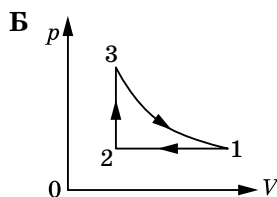
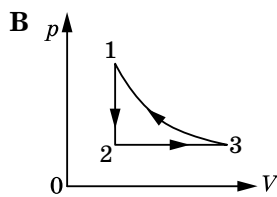
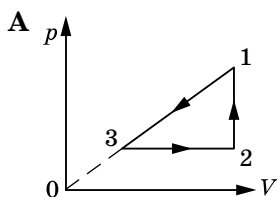
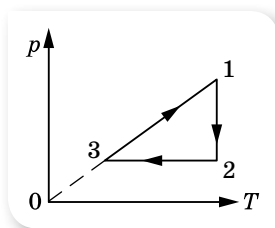
А середню квадратичну швидкість молекули

Б температуру

В об'єм

Г густину

4. На малюнку наведено графік зміни стану ідеального газу в координатах p, T . Який із графіків у координатах p, V відповідає цьому процесу?



5. Визначте середню кінетичну енергію поступального руху молекул азоту за температури 300 К .
6. Газ стиснули ізотермічно з об'єму 12 л до об'єму 10 л . Його тиск збільшився на $6 \cdot 10^4\text{ Па}$. Яким був початковий тиск газу?

§ 23

Внутрішня енергія та робота
ідеального газу

Внутрішня енергія. Ознайомимось із поняттям *внутрішньої енергії* U *ідеального газу*. У молекулярно-кінетичній теорії речовини внутрішня енергія макроскопічного тіла (термодинамічної системи) дорівнює сумі середньої кінетичної енергії теплового руху всіх молекул (атомів) і середньої потенціальної енергії їх взаємодії. Обчислити U через мікропараметри майже неможливо, тому використаємо макропараметри термодинамічної системи. (До того ж у практичних цілях важливіше знати не саму внутрішню енергію, а її зміну внаслідок зміни стану системи.) Середня кінетична енергія руху молекул пропорційна температурі, а середня потенціальна енергія взаємодії визначається відстанню між молекулами (тобто пропорційна об'єму тіла). Таким чином, внутрішня енергія U є функцією макроскопічних параметрів, які можна виміряти, — температури та об'єму: $U = f(T, V)$.

Обчислимо внутрішню енергію одноатомного ідеального газу. Оскільки молекули цього газу одна з одною не взаємодіють, то потенціальна енергія $E_{\text{п}} = 0$. Уся внутрішня енергія складається з кінетичної енергії руху $U = E_{\text{к}}$. За формулою Больцмана, середня енергія поступального руху одного атома $\bar{E}_0 = \frac{3}{2}kT$. А оскільки кількість атомів $N = \frac{m}{M}N_A$, то внутрішня енергія одноатомного ідеального газу $U = \frac{3}{2}kT \frac{m}{M}N_A$. Урахуємо, що $kN_A = R$.

Внутрішня енергія ідеального одноатомного газу пропорційна температурі й не залежить від об'єму та інших макропараметрів: $U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT$,

де m — маса всього газу, M — молярна маса, R — універсальна газова стала, T — термодинамічна температура.

Зміна внутрішньої енергії ідеального газу сталої маси $\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T$ відбувається тільки в разі зміни його температури T .

У реальних газах, рідинах і твердих тілах середня потенціальна енергія взаємодії молекул не дорівнює нулю, тому їх внутрішня енергія залежить і від об'єму речовини, і від температури.

Перетворення внутрішньої енергії в механічну і навпаки. Як відомо, робота виконується, якщо тіло переміщується (коли всі його частини здійснюють рух під дією сили в одному напрямку). Внутрішня енергія — це енергія хаотичного руху молекул. Відповідно для того, щоб за рахунок внутрішньої енергії виконувалась робота, необхідно якимось чином до-

сягти упорядкованого руху молекул. Для цього найбільш зручно використовувати циліндр із рухомим поршнем (мал. 95). Рухаючи поршень вниз або вгору, ми будемо стискати або розширювати газ, у результаті чого буде змінюватись його внутрішня енергія.

Пояснимо, чому змінюється внутрішня енергія газу, якщо змінюється його об'єм.

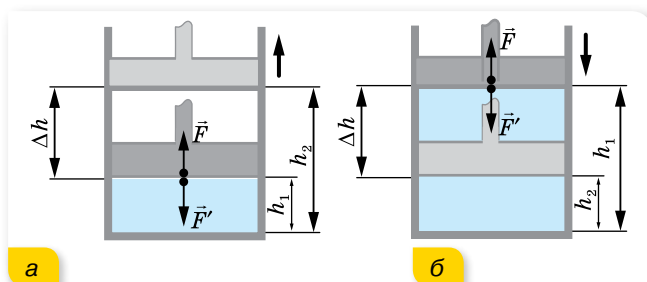
Під час руху поршня в циліндрі молекули газу внаслідок пружних зіткнень з рухомим поршнем змінюють свою кінетичну енергію. Якщо поршень рухається назустріч молекулам, він передає молекулам у момент зіткнень частину своєї механічної енергії. (Пригадайте, у механіці ми розглядали задачі на пружну взаємодію тіл і розв'язували їх, застосовуючи закони збереження імпульсу та енергії.) У результаті збільшується кінетична енергія руху молекул, а отже, і температура газу. Таким чином механічна робота, яку виконує поршень, перетворюється у внутрішню енергію газу. Кажуть, що зовнішні сили виконують роботу A' .

Стиснутий газ, тиск якого більший за зовнішній, буде розширюватись. Молекули газу, що розширюється, зіткнувшись із поршнем, який віддаляється, зменшують свої швидкості, внаслідок чого газ охолоджується. Таким чином, газ виконує роботу A за рахунок зменшення своєї внутрішньої енергії.

Під час стискання або розширення змінюється й середня потенціальна енергія взаємодії молекул, оскільки при цьому змінюється середня відстань між ними.

Обчислення роботи газу. Виконання роботи в термодинаміці пов'язане зі зміною об'єму термодинамічної системи. Зручніше обчислити не A' — роботу сили \vec{F}' , що діє на газ з боку зовнішнього тіла (поршня), а A — роботу, яку виконує сам газ, діючи на поршень із силою \vec{F} . Згідно з третім законом Ньютона, $\vec{F}' = -\vec{F}$.

Модуль сили, яка діє з боку газу на поршень, $F = pS$, де p — тиск газу, а S — площа поршня.



Мал. 95. До обчислення роботи газу під час:
а — розширення; б — стискання

Нехай газ розширюється (мал. 95, а) і поршень пересувається в напрямку дії сили \vec{F} на малу відстань $\Delta h = h_2 - h_1$. Якщо переміщення мале, то тиск газу можна вважати сталим ($p = \text{const}$). Робота газу $A = F\Delta h = pS(h_2 - h_1) = p(Sh_2 - Sh_1)$. Оскільки $Sh_1 = V_1$ — початковий

об'єм газу, а $Sh_2 = V_2$ — кінцевий, роботу газу можна записати через зміну об'єму газу: $A = p\Delta V = p(V_2 - V_1)$.

Розширюючись, газ виконує додатну роботу, оскільки напрямки сили і напрямку переміщення поршня збігаються. Розширюючись, газ передає енергію навколишнім тілам.

Якщо газ стискається (мал. 95, б; с. 149), тобто поршень пересувається у протилежному до сили \vec{F} напрямку, то роботу газу визначають так само, але тепер $A < 0$, бо $V_1 > V_2$.

Робота A' , яку виконують зовнішні сили над газом, відрізняється від роботи газу A лише знаком: $A' = -A$, оскільки $\vec{F}' = -\vec{F}$, а переміщення поршня є тим самим. Робота зовнішніх сил, що діють на газ, дорівнює $A' = -A = -p\Delta V$.

Під час стискання $V_1 > V_2$, тобто $\Delta V < 0$, і робота зовнішніх сил додатна, $A' > 0$, напрямки сили та переміщення збігаються. Виконуючи над газом додатну роботу, зовнішні тіла передають йому енергію. Під час розширення, навпаки, робота зовнішніх сил — від'ємна, адже тепер напрямки сили й переміщення є протилежними.

Робота ідеального газу під час ізобарного процесу:

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1).$$

Отримані вирази для обчислення роботи правильні не тільки для стискування чи розширення газу в циліндрі, а й за *малої зміни об'єму* будь-якої термодинамічної системи. Якщо ж процес ізобарний, ці формули можна застосовувати і для більших змін об'єму.

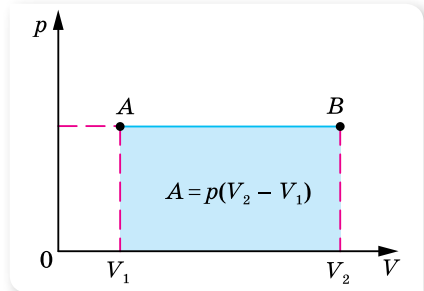
Графічний метод обчислення роботи.

На малюнку 96 зображено процес ізобарного розширення газу в координатах p, V . Легко помітити, що для обчислення роботи газу достатньо визначити площу фігури під лінією графіка в цих координатах.

Якщо процес ізохорний, робота термодинамічної системи $A = 0$, адже $V = \text{const}$.

Робота дорівнює площі фігури під графіком і для інших процесів, якщо вони зображені в координатах p, V . Наприклад, розглянемо графік ізотермічного процесу (мал. 97).

ΔV відмінне від нуля, отже, газ виконує роботу. Але формулу $A = p\Delta V$ використовувати не можна, оскільки її виведено для сталого тиску, а в ізотермічному процесі тиск змінюється. Якщо ж узяти такий малий приріст об'єму ΔV , за якого зміною тиску можна знехтувати, то можна використовувати цю формулу. Таким чином, розбиваючи інтервал $V_2 - V_1$ на малі інтервали ΔV , можна на кожному з них обчислювати елементарну роботу ΔA . Повну роботу газу при



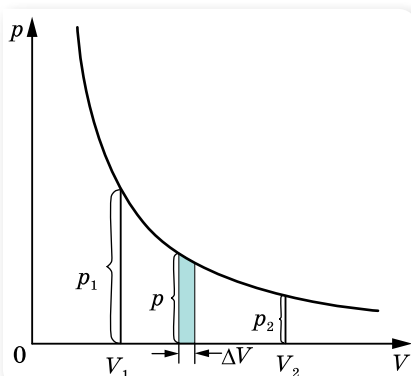
Мал. 96. Робота газу дорівнює площі прямокутника V_1ABV_2

ізотермічному процесі можна визначити як суму елементарних робіт ΔA . Це означає, що робота дорівнює площі фігури, обмеженої віссю абсцис, двома ординатами p_1 і p_2 та ізотермою.

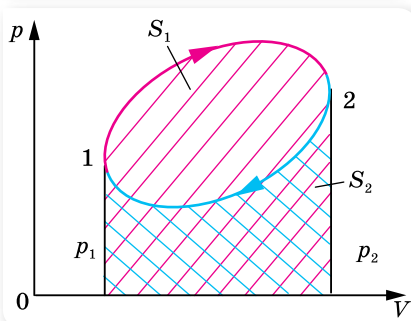
Можна довести, що робота газу за будь-якого процесу дорівнює площі фігури, обмеженої двома ординатами, віссю абсцис і графіком цього процесу в координатах p, V .

Обчислимо роботу газу, що виконується під час замкненого циклу (мал. 98). У результаті переходу $1 \rightarrow 2$ робота газу A_{1-2} дорівнює площі S_1 фігури, утвореної віссю абсцис, двома ординатами p_1 та p_2 та кривою 1–2. Ця робота додатна, оскільки об'єм газу збільшується. При переході $2 \rightarrow 1$ робота газу A_{2-1} дорівнює площі S_2 фігури, утвореної віссю абсцис, двома ординатами p_1 і p_2 та кривою 2–1. Ця робота від'ємна, оскільки об'єм газу зменшується. Таким чином, робота газу за цикл дорівнює: $A = A_{1-2} - A_{2-1} = S_1 - S_2$.

Фізичний зміст універсальної газової сталої. Зміна об'єму за сталого тиску супроводжується зміною температури тіла. Якщо в циліндрі під поршнем (мал. 95, с. 149) міститься $\nu = 1$ моль ідеального газу, то робота під час його ізобарного нагрівання $A_{\text{моль}} = p\Delta V_{\text{моль}}$. Згідно з рівнянням Менделєєва — Клапейрона $p\Delta V_{\text{моль}} = R\Delta T$ або $A_{\text{моль}} = R\Delta T$. З одержаної рівності видно, що за $\Delta T = 1$ К, $R = A_{\text{моль}}$. Отже, **фізичний зміст універсальної газової сталої** такий: універсальна газова стала R чисельно дорівнює роботі ізобарного розширення одного моля ідеального газу під час нагрівання його на 1 К.



Мал. 97. Графічне обчислення роботи газу в ізотермічному процесі



Мал. 98. Обчислення роботи замкненого циклу



ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗУМІЮ

1. Що розуміють під внутрішньою енергією тіла або термодинамічної системи?
2. Моль якого газу — водню чи гелію — за однакової температури має більшу внутрішню енергію? Поясніть чому.
3. Наведіть приклад процесу, під час якого газ при стисканні нагрівається.
4. Чи виконується робота у процесі ізобарного стиснення або розширення газу?
5. Чому дорівнює робота газу під час ізохорного процесу?
6. Поясніть, як графічно визначають роботу: ізобарного розширення газу; ізотермічного розширення газу.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Ідеальний газ масою m , який мав температуру T , охолоджується ізохорно так, що його тиск зменшується в n разів. Потім газ розширюється під сталим тиском. У кінцевому стані температура газу дорівнює початковій. Визначте виконану газом роботу. Вважайте, що молярна маса газу відома й дорівнює M .

Дано:

m

T

n

M

A — ?

Розв'язання:

Для наочності побудуємо графік процесу в координатах p, V (мал. 99). Суцільною лінією $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ зображено процес в газі. Пунктирними лініями проведено ізотерми. За умовою кінцева температура дорівнює початковій, отже, точки 1 і 3 лежать на одній ізотермі.

За умовою перехід зі стану 1 у стан 2 — ізохорне охолодження, $V = \text{const}$, отже, газ роботи не виконує; зі стану 2 у стан 3 — ізобарне розширення, отже,

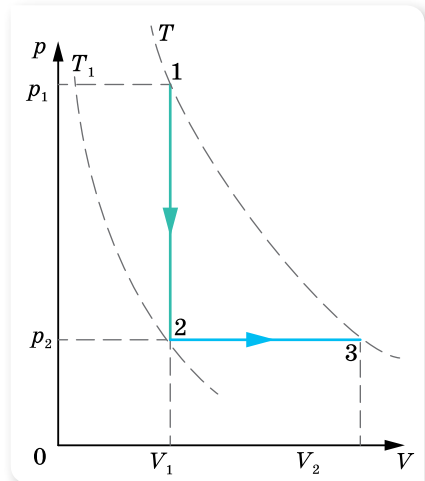
$$A = p_2(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1).$$

Температуру T_1 визначимо з рівняння ізохорного процесу: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T}{T_1} = n$,

звідки $T_1 = \frac{T}{n}$. Тоді виконана газом робота

$$A = \frac{m}{M} RT \frac{n-1}{n}.$$

$$\text{Відповідь: } A = \frac{m}{M} RT \frac{n-1}{n}.$$



Мал. 99

Задача 2. 4 молі газу здійснюють процес, зображений на малюнку 100, а. На якій ділянці робота газу максимальна?

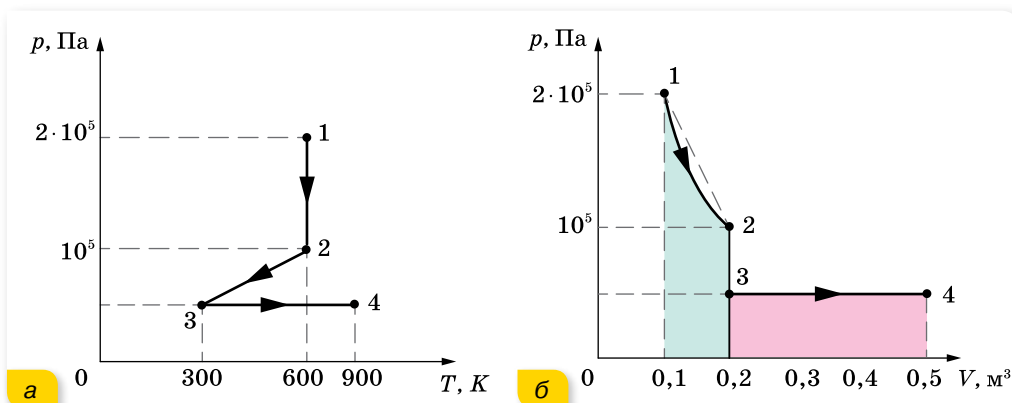
Розв'язання:

Накреслимо графік цього процесу в координатах p, V (мал. 100, б). Для цього визначимо об'єм газу в точках $1, 2, 3$ і 4 .

$$V_1 = \nu \frac{RT_1}{p_1}, V_1 = 0,1 \text{ м}^3, V_2 = 2 \cdot V_1, V_2 = 0,2 \text{ м}^3, V_3 = V_2 \text{ і } V_4 = 0,5 \text{ м}^3.$$

З малюнка 100, б видно, що на ділянці $2 \rightarrow 3$ робота не виконується, оскільки процес ізохорний. Отже, $A_{2-3} = 0$. На ділянці $3 \rightarrow 4$ (ізобарний процес) робота визначається площею відповідного прямокутника: $A_{3-4} = p_3(V_4 - V_3)$, $A_{3-4} = 15$ кДж. Ізотермічний процес відповідає ділянці $1 \rightarrow 2$. Площа, обмежена ізотермою $1 \rightarrow 2$, менша від площі

трапеції $1-2-V_2-V_1$. А площа трапеції дорівнює 15 кДж , тобто вона дорівнює площі прямокутника, що відповідає ділянці $3 \rightarrow 4$. Таким чином, $A_{1-2} < A_{3-4}$; $A_{2-3} = 0$. Отже, робота газу найбільша на ділянці $3 \rightarrow 4$.



Мал. 100

Задача 3. Свинцева куля пробиває дерев'яну стіну. Швидкість кулі в момент удару була $400 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а в момент вильоту — $100 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Яка частина кулі розплавилась, коли вважати, що $0,6$ механічної енергії перетворилась на внутрішню? Температура кулі в момент удару — 50°C .

Дано:

$$v_1 = 400 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = 100 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\eta = 0,6$$

$$t_1 = 50^\circ\text{C}$$

$$\frac{m}{m_0} \text{ — ?}$$

Розв'язання:

Під час удару кулі об стіну, частина механічної (кінетичної) енергії кулі змінилась на внутрішню, тобто: $\eta A = \Delta U$ або $\eta \Delta E_k = \Delta U$.

Зменшення кінетичної енергії:
$$\Delta E_k = \frac{m_0 v_2^2}{2} - \frac{m_0 v_1^2}{2},$$

де m_0 — початкова маса кулі.

Збільшення внутрішньої енергії кулі проявляється в підвищенні її температури до температури плавлення та плавлення певної маси кулі m :

$$\Delta U = cm_0(t_{\text{пл}} - t_1) + Lm.$$

Отже,
$$\frac{\eta m_0}{2}(v_2^2 - v_1^2) = cm_0(t_{\text{пл}} - t_1) + Lm.$$

Звідси:
$$\frac{m}{m_0} = \frac{\eta}{2L}(v_2^2 - v_1^2) - \frac{c}{L}(t_{\text{пл}} - t_1).$$

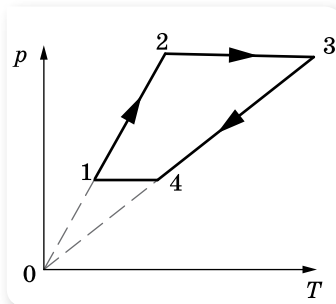
Підставляючи дані та значення питомої теплоємності свинцю (c), питомої теплоти плавлення свинцю (L) та температуру плавлення свинцю ($t_{\text{пл}}$), отримуємо:

$$\frac{m}{m_0} = \frac{0,6}{2 \cdot 26,4 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} \left(\left(400 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2 - \left(100 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2 \right) - \frac{125,7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot \text{К}}{26,4 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} (327^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}) \approx 0,4.$$

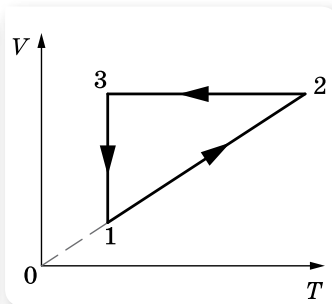
Відповідь: маса розплавленої частини кулі — $0,4 m_0$.

ВПРАВА 22

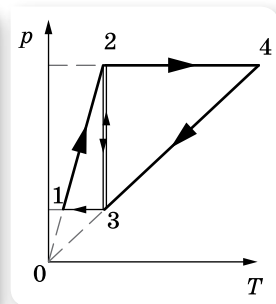
1. Визначте внутрішню енергію U гелію, що заповнює аеростат об'ємом $V = 60 \text{ м}^3$ за тиску $p = 100 \text{ кПа}$.
2. У результаті зменшення об'єму одноатомного газу в 3,6 раза його тиск збільшився на 20 %. У скільки разів змінилася внутрішня енергія?
3. У циліндрі під поршнем міститься повітря. Під час досліду вдвічі збільшилися і об'єм повітря, і його абсолютна температура, тиск газу при цьому не змінився (відбувалося протікання повітря внаслідок нещільного прилягання поршня до стінок циліндра). У скільки разів змінилася внутрішня енергія повітря (повітря вважати ідеальним газом)?
4. Який тиск одноатомного газу, що займає об'єм 2 л, якщо його внутрішня енергія дорівнює 300 Дж?
5. Обчисліть збільшення внутрішньої енергії 2 кг водню в результаті підвищення його температури на 10 К.
6. З 2 молями ідеального газу здійснюють замкнений цикл (мал. 101). Яку роботу виконує газ, якщо $\frac{p_2}{p_1} = 5$, $\frac{T_4}{T_1} = 2$ і $T_1 = 280 \text{ К}$?
7. З певною кількістю ідеального газу здійснюють замкнений цикл $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ (мал. 102). Визначте, на яких стадіях процесу газ одержував, а на яких — віддавав енергію. Побудуйте графік процесу в координатах p, V .
8. З ідеальним газом проводять два цикли: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ і $3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3$ (мал. 103). У якому з них газ виконує більшу роботу?



Мал. 101



Мал. 102



Мал. 103

§ 24 Перший закон термодинаміки

Перший закон термодинаміки. У середині XIX ст. Джеймс Джоуль (1818 – 1889), Юліус фон Маєр (1814 – 1878) і Герман фон Гельмгольц (1821 – 1894), спираючись на проведені досліди, встановили закон, згідно з яким *кількість енергії в природі незмінна, вона лише переходить від одних тіл до інших або перетворюється з одного виду в інший*. Це твердження, як ми вже знаємо, називають *законом збереження і перетворення енергії*. Цей закон універсальний і може бути застосований до всіх явищ природи.

Закон збереження і перетворення енергії, поширений на теплові явища, називають *першим законом термодинаміки*. Перший закон термодинаміки має загальний характер і застосовується до будь-яких без винятку явищ природи: механічне переміщення з тертям, нагрівання тіл, проходження електричного струму, світлові явища, радіоактивні перетворення хімічних елементів тощо. Усі наведені приклади супроводжуються виконанням роботи чи теплообміном.

У загальному випадку під час переходу системи (газу) з одного стану в інший внутрішня енергія змінюється одночасно і за рахунок виконання роботи, і за рахунок передавання теплоти. Для такого випадку *перший закон термодинаміки* має вигляд:

$\Delta U = Q + A'$ — зміна внутрішньої енергії системи ΔU у випадку переходу її з одного стану в інший дорівнює сумі роботи зовнішніх сил A' і кількості теплоти Q , переданої системі.

Ураховуючи, що $A = -A'$, *перший закон термодинаміки можна записати і в такому вигляді:*

$Q = \Delta U + A$ — передана системі кількість теплоти частково йде на збільшення її внутрішньої енергії і частково — на виконання системою роботи над зовнішніми тілами.

Історично встановлення цього закону було пов'язане зі спробами створення машини, яка б нескінченно довго виконувала роботу без надходження теплоти ззовні. У термодинаміці таку машину називають «вічним двигуном першого роду». Оскільки в цьому разі $Q = 0$, то $A = -\Delta U$, тобто робота може виконуватися лише за рахунок зменшення внутрішньої енергії. З першого закону термодинаміки випливає неможливість побудови «вічного двигуна першого роду» — оскільки неможливо нескінченно довго виконувати роботу за рахунок скінченної кількості внутрішньої енергії якоїсь системи.

Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів ідеального газу. З'ясуємо, якого вигляду набуває формула першого закону термодинаміки для різних ізопроцесів в ідеальному газі.

Якщо $T = \text{const}$ (*ізотермічний процес*), то внутрішня енергія системи не змінюється ($\Delta U = 0$). Уся передана газу кількість теплоти витрачається на виконання газом роботи над зовнішніми тілами. Отже, $Q = A$.

В *ізохорному процесі* об'єм газу не змінюється, отже, $A = 0$. Тоді, згідно з першим законом термодинаміки, $Q = \Delta U$ — уся підведена до газу кількість теплоти витрачається на збільшення його внутрішньої енергії.

В *ізобарному процесі* кількість теплоти Q , передана газу за сталого тиску, витрачається на зміну його внутрішньої енергії та на виконання ним роботи над зовнішніми тілами. Формула зберігає свій загальний вигляд $Q = \Delta U + A$.

Адіабатний процес. З першого закону термодинаміки випливає можливість процесу, у якому $Q = 0$. Цей процес має важливе практичне значення й називається *адіабатним процесом*.

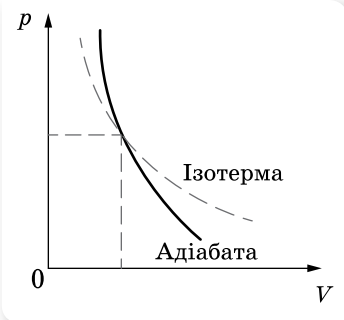
Адіабатний процес — це процес, що відбувається в теплоізоляованій системі (без теплообміну із зовнішніми тілами).

Перший закон термодинаміки для адіабатного процесу має вигляд $\Delta U = A'$, оскільки $Q = 0$, то *змінити внутрішню енергію системи можна лише за рахунок виконання над нею роботи*, а $\Delta U = -A$, тобто *в адіабатному процесі система може виконувати роботу над зовнішніми тілами тільки за рахунок своєї внутрішньої енергії*.

Графік адіабатного процесу в координатах p, V зображено на малюнку 104. Для порівняння на цьому ж малюнку зображено ще й ізотерму для цієї самої маси ідеального газу.

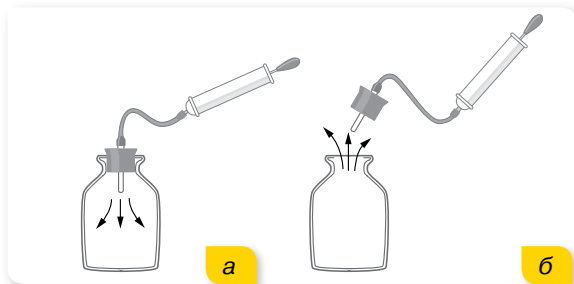
За допомогою формули $p = nkT$ неважко пояснити, чому ізотерма пологіша ніж адіабата. Під час ізотермічного стискання тиск газу зростає за рахунок збільшення концентрації молекул, а при адіабатному — ще й за рахунок збільшення температури.

Звичайно, неможливо оточити систему оболонкою, що абсолютно не пропускає тепло, але іноді можна вважати реальні процеси дуже близькими до адіабатних. Для цього вони мають здійснюватися так швидко, щоб за час процесу не відбулося теплообміну. Тому будь-який газ при швидкому стисканні нагрівається, а при швидкому розширенні — охолоджується. Це можна продемонструвати на такому досліді (мал. 105). Візьмемо скляний балон з вузькою шийкою, наллємо в нього трохи води й закупоримо пробкою, з'єднаною з насосом. За допомогою насоса будемо швидко накачувати повітря в балон. Вода в бутлі зникне, отже, температура повітря в бутлі підвищилась. Якщо нагнітати повітря в балон



Мал. 104. Адіабата й ізотерма ідеального газу

до такого тиску, що повітря виштовхне пробку, то можна помітити, що в бутлі утворюється туман. Це пояснюється тим, що повітря, швидко розширюючись, охолоджується.



Мал. 105. Демонстрація адіабатного процесу

Коли працюють потужні компресори, які стискають повітря, температура повітря настільки підвищується, що доводиться спеціально охолоджувати циліндри. Адіабатичне охолодження газу під час їх розширення використовують у машинах для зрідження газів. Нагрівання повітря від швидкого стискання застосовується в двигунах Дізеля.



ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗУМЮ

1. Як записують і формулюють перший закон термодинаміки?
2. Як записується перший закон термодинаміки для ізотермічного, ізохорного, ізобарного процесів?
3. За яких умов здійснюється адіабатний процес? Наведіть приклади.
4. Який газ — одно- чи багатоатомний — охолоджується швидше під час адіабатного розширення? З'ясуйте причину.



Приклади розв'язування задач

Задача 1. 10 г кисню перебуває під тиском $3 \cdot 10^5$ Па за температури 10°C . Після нагрівання за постійного тиску газ зайняв об'єм 10 л. Визначте кількість теплоти, яку одержав газ, зміну внутрішньої енергії та роботу, виконану газом під час розширення.

Дано:

$$\begin{aligned} m &= 10^{-2} \text{ кг} \\ T_1 &= 283 \text{ К} \\ p &= 3 \cdot 10^5 \text{ Па} \\ V_2 &= 10^{-2} \text{ м}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= ? \\ \Delta U &= ? \\ A &= ? \end{aligned}$$

Розв'язання:

З рівняння Менделєєва — Клапейрона $pV_1 = \frac{m}{M}RT_1$ ви- значаємо початковий об'єм газу:

$$V_1 = \frac{m}{M} R \frac{T_1}{p}, V_1 = \frac{10^{-2} \text{ кг} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \cdot 283 \text{ К}}{32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ Па}} = 2,45 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Робота розширення газу $A = p(V_2 - V_1)$,

$$A = 3 \cdot 10^5 \text{ Па} (10^{-2} \text{ м}^3 - 2,45 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3) = 2,26 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Для визначення кількості теплоти, одержаної газом, потрібно спочатку визначити кінцеву температуру. Із закону Гей-Люссака $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ ви-

$$\text{значаємо: } T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1}, T_2 = 283 \text{ К} \frac{10^{-2} \text{ м}^3}{2,45 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 1155 \text{ К}.$$

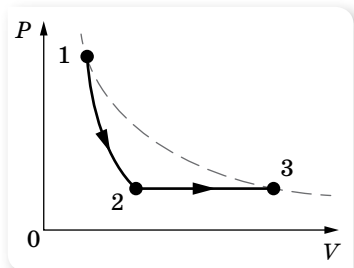
Тоді кількість одержаної газом теплоти $Q = cm(T_2 - T_1)$,

$$Q = 0,92 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} 10^{-2} \text{ кг} (1155 \text{ К} - 283 \text{ К}) = 8,02 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Зміну внутрішньої енергії визначимо з першого закону термодинаміки: $\Delta U = Q - A$, $\Delta U = 8,02 \cdot 10^3 \text{ Дж} - 2,26 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 5,76 \text{ Дж}$.

Відповідь: $8,02 \cdot 10^3 \text{ Дж}$; $5,76 \text{ Дж}$; $2,26 \cdot 10^3 \text{ Дж}$.

Задача 2. Ідеальний одноатомний газ розширюється спочатку адіабатно, а потім ізобарно (див. мал. 106, пунктирна лінія — це ізотерма). За весь процес 1–2–3 газом здійснено роботу 5 кДж. Яку роботу виконав газ під час ізобарного розширення?



Мал. 106

Дано:

$$\frac{A_{123} = 5 \text{ кДж}}{A_{23} = ?}$$

Розв'язання:

Робота за весь процес:

$$A_{123} = A_{12} + A_{23},$$

де A_{12} — робота газу під час адіабатного розширення, A_{23} — робота газу під час ізобарного розширення.

Застосуємо перший закон термодинаміки до адіабатного процесу й визначимо роботу газу A_{12} : $A_{12} = -\Delta U_{12}$, де зміна внутрішньої енергії $\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R(T_2 - T_1)$, тоді, враховуючи, що $T_1 = T_3$ (за умовою задачі):

$$A_{12} = \frac{3}{2} \nu R(T_3 - T_2).$$

Під час ізобарного розширення робота газу $A_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \nu R(T_3 - T_2)$.

$$A_{123} = \frac{3}{2} \nu R(T_3 - T_2) + \nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2} \nu R(T_3 - T_2).$$

$$\text{Звідси } (T_3 - T_2) = \frac{2}{5} \frac{A_{123}}{\nu R}. \text{ Тоді } A_{23} = \nu R(T_3 - T_2) = \frac{2}{5} \frac{\nu R A_{123}}{\nu R} = \frac{2}{5} A_{123}.$$

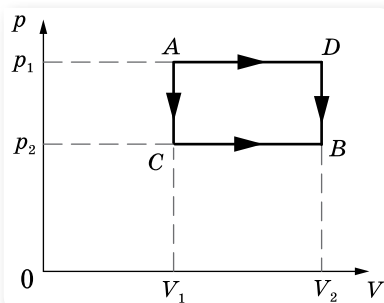
$$A_{23} = 2 \text{ кДж}.$$

Відповідь: 2 кДж.

ВПРАВА 23

1. Яка частина кількості теплоти, наданої одноатомному газу в ізобарному процесі, витрачається на збільшення внутрішньої енергії, а яка частина — на виконання роботи?

- Водень, маса якого 6,5 г і температура 27 °С, розширюється вдвічі за $p = \text{const}$ за рахунок теплоти, яка надходить ззовні. Визначте роботу A розширення газу, зміну ΔU внутрішньої енергії газу та кількість теплоти Q , наданої газу.
- У вертикально розташованому циліндрі, який має площу основи 1 дм², під поршнем масою 10 кг, що ковзає без тертя, міститься повітря. Під час ізобарного нагрівання повітря поршень піднявся на 20 см. Яку роботу виконало повітря, якщо зовнішній тиск дорівнює 100 кПа?
- Кисень займає об'єм $V_1 = 3$ л за температури $t_1 = 27$ °С і тиску $p_1 = 820$ кПа (мал. 107). В іншому стані газ має параметри $V_2 = 4,5$ л і $p_2 = 600$ кПа. Визначте кількість теплоти Q , одержану газом, роботу A , виконану газом під час розширення, та зміну ΔU внутрішньої енергії газу під час переходу з першого стану в другий: а) шляхом ACB ; б) шляхом ADB .
- Тіло масою 1 кг вільно падає з висоти 2 м і потрапляє в циліндр на легкорухомий невагомий поршень. У результаті цього повітря, що перебуває в циліндрі під поршнем, дуже швидко стискається. Зміна температури повітря під час стискання становить 90 °С. Скільки повітря міститься під поршнем?
- Для опалення в сильні морози звичайної квартири площею 63 м² на місяць потрібна приблизно 1 гікалорія теплоти (1 кал \approx 4,2 Дж). Така теплота отримується внаслідок згорання на теплоелектростанціях природного газу — метану з ККД перетворення енергії екзотермічної реакції в теплоту близько 50 %. Рівняння цієї хімічної реакції має вигляд: $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 = \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + Q$, де $Q \approx 1,33 \cdot 10^{-18}$ Дж. Уявімо, що водяна пара, яка утворилася в результаті спалювання метану, сконденсувалася, замерзла на морозі й випала у вигляді снігу на даху будинку, що дорівнює за площею квартири. Будемо вважати, що густина такого снігу — $100 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Якою буде товщина h шару снігу, що випав за місяць у результаті цього процесу?



Мал. 107

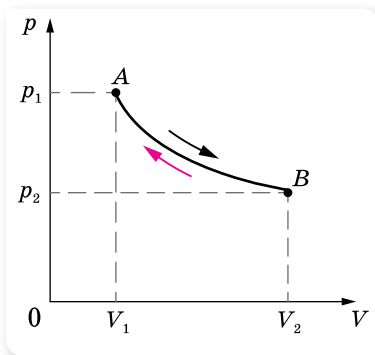
§ 25 Напрямок теплових процесів. Другий закон термодинаміки. Ентропія

Оборотні та необоротні процеси. Закон збереження і перетворення енергії стверджує, що кількість енергії за будь-яких її перетворень незмінна, але нічого не говорить про те, які енергетичні перетворення можливі. Однак багато процесів, цілком допустимих з погляду закону збереження енергії, ніколи не відбуваються насправді. Наприклад, нагріте тіло, поступово охолоджуючись, передає свою енергію холоднішим тілам, які його оточують. А от зворотний процес передавання теплоти від холодного тіла до гарячого самовільно відбуватися не може. Таких прикладів можна навести безліч.

На основі багатовікових спостережень за явищами природи в людини склалося уявлення про спрямованість процесів. Умовно їх можна поділити на два класи:

- 1) *природні*, які «самі по собі» прямують до рівноважного стану, що відповідає мінімальному значенню потенціальної енергії. Наприклад, перехід тепла від більш нагрітого тіла до менш нагрітого, вирівнювання тисків, падіння тіла тощо;
- 2) *штучні*, які «самі по собі» відбуватись не можуть. Наприклад, перетворення теплоти в роботу, створення різниці тисків, піднімання тіла тощо.

Поділ процесів на природні та штучні тісно пов'язаний у термодинаміці з поняттям про оборотні й необоротні процеси. Але при цьому слід мати на увазі, що поняття оборотного й необоротного процесів стосується винятково процесів, які відбуваються в ізольованій системі. Якщо ізольована система переходить зі стану A в стан B , а потім знову повертається в стан A (мал. 108), то при цьому слід розрізняти два випадки.



Мал. 108. Прямий і зворотний процеси

1) Система може повернутися зі стану B у стан A в результаті процесу, що не залишає ніяких змін у навколишньому середовищі; у цьому разі ми називаємо процес *оборотним*.

2) Повернення системи в стан A неможливе без того, щоб у навколишньому середовищі не відбулося якихось змін; тоді процес AB називають *необоротним*.

Усі процеси в природі необоротні, оскільки вони супроводжуються теплопровідністю, випромінюванням, тертям тощо.

Можна дати ще й таке визначення оборотного процесу: оборотним процесом називають процес, який допускає можливість такого повернення системи у вихідний стан, щоб у цьому зворотному процесі вона пройшла через ті самі проміжні стани, що й у прямому процесі. Це можливо лише тоді, коли система проходить через *рівноважні стани*, тобто оборотний процес має бути рівноважним. Строго кажучи, рівноважними можуть бути лише ті процеси, які відбуваються нескінченно повільно.

Часто процеси, близькі до оборотних, створюють штучно. Якщо, наприклад, газ, який міститься в циліндрі, стискається й розширюється швидко, то цей процес буде необоротним, бо система в прямому і зворотному напрямках проходить через різні стани. Якщо ж процес стискання й розширення відбувається настільки повільно, що в будь-який момент часу параметри системи в усіх її точках будуть однаковими, можна вважати, що газ переходить від одного стану рівноваги до іншого. Такий процес можна наближено вважати оборотним.

Другий закон термодинаміки. Напрямок можливих енергетичних перетворень вказує *другий закон термодинаміки*. Він підтверджує необоротність процесів у природі й був сформульований на основі дослідних фактів Рудольфом Клаузіусом у 1850 р.

Неможливо перевести теплоту від більш холодної системи до більш гарячої, якщо не відбувається інших одночасних змін в обох системах або тілах, які їх оточують.

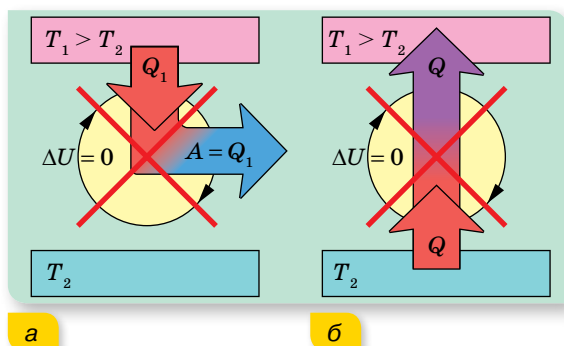
Є ще ряд формулювань другого закону.

Формулювання Анрі Пуанкаре: *неможливо привести в дію теплову машину за допомогою лише теплового резервуара.*

Формулювання Макса Планка: *неможливо побудувати періодично діючу машину, вся діяльність якої зводиться до підняття тягаря й охолодження теплового резервуара.*

Формулювання Вільяма Томсона (лорда Кельвіна): *неможливо здійснити такий періодичний процес, єдиним результатом якого буде виконання роботи за рахунок теплоти, відібраної в нагрівника.*

На малюнку 109 зображено схеми процесів, що забороняються другим законом, але які не забороняються першим законом термодинаміки.



Мал. 109. Схеми процесів, що відповідають двом формулюванням другого закону термодинаміки: а — В. Томсона; б — Р. Клаузіуса

Гіпотетичну теплову машину, у якій міг би відбуватися такий процес, називають «*вічним двигуном другого роду*». У земних умовах така машина могла б відбирати теплову енергію, наприклад, у Світового океану, і повністю перетворювати її на роботу. Маса води в Світовому океані дорівнює приблизно 10^{21} кг, і при її охолодженні на один градус виділилася б величезна кількість енергії (близько 10^{24} Дж), еквівалентна повному спалюванню 10^{17} кг вугілля. Енергії, яку щороку виробляють на Землі, приблизно в 10^4 разів менше. Тому «*вічний двигун другого роду*» був би для людства досить привабливим, і до цього часу є охочі, яких не полишає ідея його створення.

Поняття ентропії. Необхідність формулювання другого закону термодинаміки кожного разу по-новому, пристосовуючи його зміст до конкретного процесу, не могла задовольнити вчених. Тоді Клаузіусом у 1854 р. був введений у термодинаміку новий параметр, який назвали ентропія (від грец. «*ентропе*», що означає — спрямована всередину, недоступна до подальшого перетворення).

Прийнято вважати, що перехід системи з більш впорядкованого в менш впорядкований стан супроводжується збільшенням ентропії. Що більшою є ентропія, то більш невпорядкована (хаотична) система.

Виходячи з такого означення, зрозуміло, що ентропія зростає в результаті перетворення твердих речовин у рідину, рідин — у газ, а також під час розчинення речовин. У всіх цих випадках спостерігається зменшення порядку в розташуванні частинок системи. Навпаки, під час конденсації, кристалізації ентропія речовин зменшується.

Отже, ймовірність стану речовини (газу, рідини, кристалу) можна характеризувати як певну властивість системи, яка кількісно виражається ентропією.

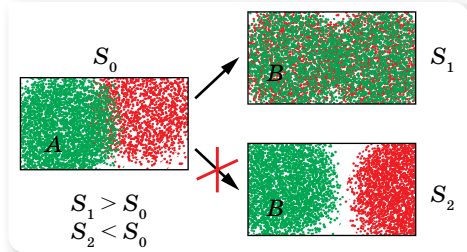
Ентропією називають фізичну величину, що, як і внутрішня енергія, характеризує стан системи (тіла). Ентропію позначили літерою S , а її зміну — ΔS .

Ентропія, S — кількісна характеристика неупорядкованості системи; що більшою є хаотичність системи, то більше значення ентропії.

Незважаючи на те, що це кількісна характеристика, ми розглянемо її лише на якісному рівні, оскільки використання формули, яка пов'язує ентропію з іншими параметрами, потребує знань з математики, що виходять за межі шкільної програми.

У загальному випадку цей термін визначає напрямок процесу (мал. 110): якщо в системі в стані A ентропія менша, ніж у стані B , то система з A в B може перейти самочинно. Якщо ж A має більшу ентропію, ніж B , то система з A в B самочинно жодним способом перейти не може, навіть тоді, коли A і B мають однакові енергії.

Тепер **другий закон термодинаміки** можна сформулювати так:

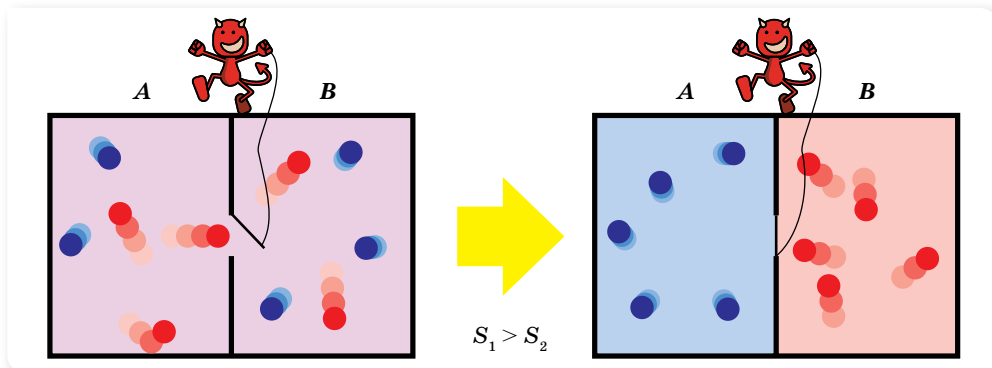


Мал. 110. Самочинно система може перейти зі стану з меншою ентропією до стану з більшою

у ізольованій макроскопічній системі ентропія залишається або незмінною, або зростає (у нерівноважних процесах), досягаючи максимуму при встановленні термодинамічної рівноваги (закон зростання ентропії).

Щоб підкреслити статистичну природу другого закону термодинаміки, Джеймс Максвелл у 1867 р. запропонував уявний експеримент з метою проілюструвати удаваний парадокс другого закону термодинаміки (мал. 111). Його головний персонаж — гіпотетична розумна істота мікроскопічного розміру (названа «демоном Максвелла»). Уявімо посудину, заповнену газом певної температури. Її розділяє перегородка із заслінкою, яку «демон» відкриває, щоб пропускати швидкі частинки в один бік, а повільні — в інший. Отже, через деякий час в одній частині посудини сконцентруються швидкі частинки, а в іншій — повільні. Таким чином, у супереч другому закону термодинаміки, виходить, що «демон Максвелла» дає змогу нагріти праву частину посудини й охолодити ліву. Але для такого функціонування «демона Максвелла» якраз і необхідна передача йому енергії від стороннього джере-

ла. За рахунок цієї енергії й проводиться поділ швидких і повільних молекул у посудині, тобто перехід у стан з меншою ентропією.



Мал. 111. Уявний експеримент на другий закон термодинаміки

Після розробки теорії термодинаміки, розглядалась гіпотеза про «теплову смерть Всесвіту». Коли Всесвіт самочинно досягне вирівнювання температури, настане так звана «теплова смерть». Це означає, що всі зорі згаснуть, уся матерія розпадеться на частинки та випромінювання. Всесвіт стане рівномірно холодним, мертвим і порожнім. На початку 1900-х, загальна теорія відносності Ейнштейна проголосила, що у Всесвіті може бути інший сценарій розвитку. Про це детальніше ви дізнаєтесь в 11 класі.



ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗУМЮ

1. Який процес називають оборотним; необоротним?
2. У чому полягає фізичний зміст другого закону термодинаміки? Які існують формулювання цього закону?
3. Що таке ентропія? Як змінюється ентропія ізольованої системи для оборотних і необоротних процесів?

§ 26

Принцип дії теплових двигунів. Цикл Карно

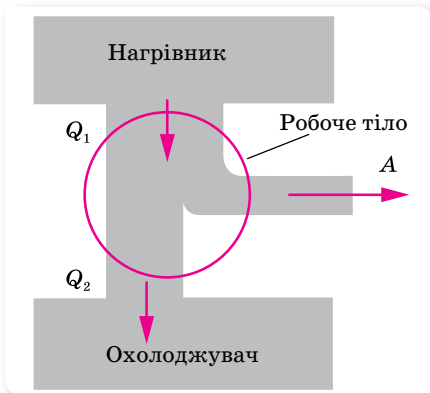
Принцип дії теплових двигунів. Коефіцієнт корисної дії теплового двигуна. Запаси внутрішньої енергії в земній корі й океанах можна вважати практично не обмеженими. Але володіти запасами енергії ще недостатньо, необхідно вміти за рахунок енергії приводити в рух верстати, транспортні засоби, машини, обертати ротори генераторів електричного струму тощо. Людству потрібні двигуни, тобто пристрої, здатні виконувати роботу. Більша частина двигунів на землі — теплові двигуни,

тобто пристрої, які перетворюють внутрішню енергію палива в механічну енергію.

Незважаючи на різноманітність видів теплових двигунів, усі вони мають спільний принцип дії. У роботі двигунів можна виокремити такі загальні ознаки:

1. У будь-якому тепловому двигуні відбувається перетворення енергії палива в механічну енергію. При цьому енергія палива спершу перетворюється у внутрішню енергію газу (чи пари), що має високу температуру.
2. Для роботи теплового двигуна потрібні нагрівник, охолоджувач і робоче тіло (газ чи пара). У процесі роботи теплового двигуна робоче тіло забирає від нагрівника певну кількість теплоти Q_1 і перетворює частину цієї теплоти в механічну енергію, а не перетворену частину теплоти Q_2 передає охолоджувачу. За законом перетворення і збереження енергії $Q_1 + Q_2 = A$.
3. Робота будь-якого теплового двигуна полягає в повторюванні циклів зміни стану робочого тіла. Кожний цикл складається з: 1) отримання енергії від нагрівника; 2) робочого ходу (розширення робочого тіла й перетворення частини отриманої ним енергії в механічну); 3) передавання невикористаної частини енергії охолоджувачу.

Схематично принцип дії теплової машини зображено на малюнку 112.



Мал. 112. Схема дії теплового двигуна

Необоротність теплових процесів у природі робить неможливим повне перетворення внутрішньої енергії робочого тіла в роботу. Корисна робота, яку виконує двигун: $A = Q_1 - Q_2$, де Q_1 — кількість теплоти, яку отримало робоче тіло від нагрівника; Q_2 — кількість теплоти, віддана охолоджувачу.

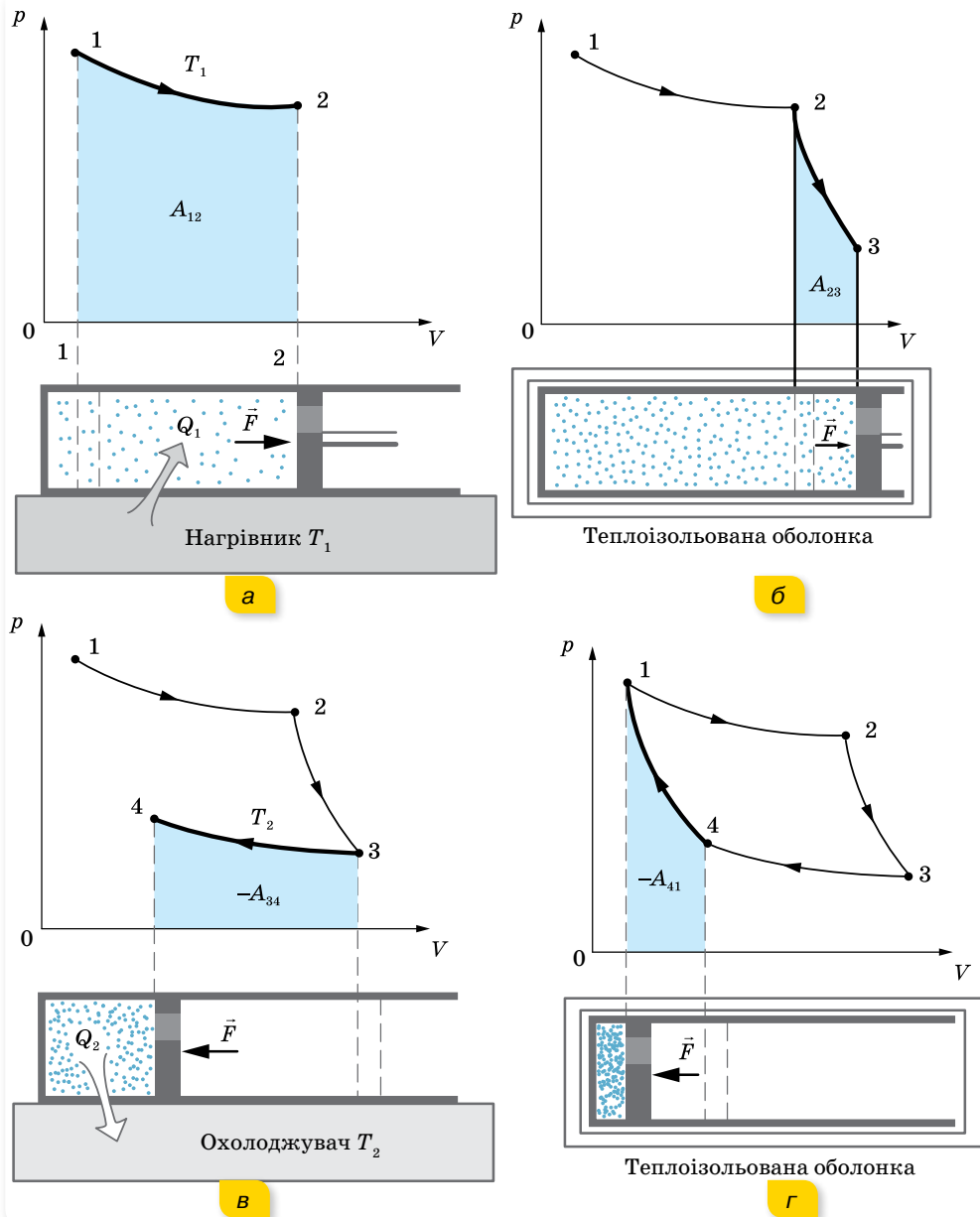
Коефіцієнт корисної дії (ККД) для будь-якої теплової машини дорівнює відношенню корисно використаної енергії до затраченої енергії, $\eta = \frac{A}{Q_1}$ або $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$.

Цикл Карно. Принцип дії ідеального теплового двигуна. У 1824 р. французький інженер Саді Карно розробив цикл, вивчення якого відіграло вирішальну роль у розвитку теорії теплових машин. На основі цього циклу було з'ясовано, від чого залежить коефіцієнт корисної дії теплових машин. Такий цикл роботи теплового двигуна — найвигідніший. Його називають *циклом Карно*.

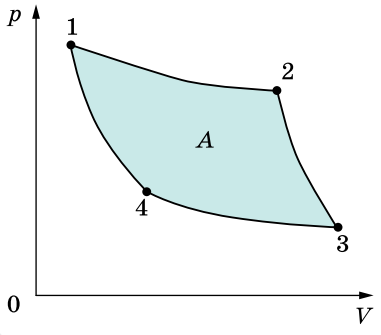
Розглянемо цикл Карно для ідеального газу. Газ, поміщений у теплопровідний циліндр із рухомим поршнем, приведемо в контакт із нагрівником, що має температуру T_1 . При цьому газ, нагріваючись до T_1 , ізотермічно розширюватиметься, переходячи зі стану 1 у стан 2 (мал. 113, а). У резуль-

таті газ отримає від нагрівника теплоту Q_1 та виконає супроти зовнішніх сил роботу $A_{12} = Q_2$.

Після досягнення газом стану 2 перервемо контакт робочого тіла (газу) з нагрівником і помістимо циліндр у теплоізольовану адіабатну оболонку. Дамо газу можливість додатково адіабатно розширитись до стану 3.



Мал. 113. Графічне зображення циклу ідеальної теплової машини



Мал. 114. Графік циклу Карно

При цьому: 1) газ виконає супроти зовнішніх сил роботу A_{23} за рахунок своєї внутрішньої енергії U ; 2) температура газу знизиться від T_1 до T_2 , оскільки його внутрішня енергія U зменшиться (мал. 113, б; с. 165).

Після досягнення газом стану 3 приведемо його в контакт з охолоджувачем, температура якого T_2 (мал. 113, в; с. 165). Газ ізотермічно стиснемо зовнішньою силою до стану 4.

Знову помістимо циліндр у теплоізолювану оболонку, і газ, у результаті адіабатного стиснення, набуде вихідного стану.

Цикл роботи ідеальної теплової машини складатиметься з двох ізотерм ($1 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 4$) і двох адіабат ($2 \rightarrow 3$, $4 \rightarrow 1$) (мал. 114).

Робота A_{23} , яку виконує при адіабатному розширенні газ, дорівнює роботі зовнішніх сил A_{41} над газом при адіабатному стисканні, оскільки в першому випадку температура газу зменшується від T_1 до T_2 , а в другому — підвищується від T_2 до T_1 . Тому робота, яку виконує газ, $A = A_{12} - A_{34}$, пропорційна площі фігури, обмеженої ізотермами й адіабатами (мал. 114).

ККД оборотного циклу Карно залежить від температур нагрівника T_1 і холодильника T_2 , $\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, тут η_{\max} — максимальне значення ККД теплової машини.

Із цієї формули можна зробити висновок, що збільшити ККД можна, збільшуючи температуру T_1 нагрівника або зменшуючи температуру T_2 охолоджувача.

ККД теплової машини міг би дорівнювати одиниці, якби була можливість використати охолоджувач із температурою $T_2 = 0$ К. Але абсолютний нуль температури — недосяжний. Охолоджувачами для реальних теплових двигунів є переважно атмосферне повітря або вода за температури $T \approx 300$ К. Тому основний спосіб підвищення ККД теплових двигунів — це підвищення температури нагрівника. Але її не можна підняти вище температури плавлення тих матеріалів, з яких виготовляється тепловий двигун. Наприклад, температура нагрівника сучасної парової турбіни наближається до 850 К і максимально можливе значення ККД становить майже 65 %.



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗЦІМЮ

1. Яка роль у роботі теплового двигуна в нагрівника; охолоджувача?
2. Що називають робочим тілом?
3. За якою формулою визначають ККД ідеальної теплової машини (ККД машини Карно)?
4. Як краще підвищувати ККД ідеальної теплової машини: збільшуючи температуру нагрівника чи знижуючи температуру охолоджувача?



Приклади розв'язування задач

Задача. У паровій турбіні витрачається дизельне паливо масою 0,35 кг на 1 кВт · год роботи. Температура пари, що надходить у турбіну, — 250 °С, температура охолоджувача — 30 °С. Обчисліть фактичний ККД турбіни та порівняйте його з ККД ідеальної теплової машини, що працює в тих самих температурних умовах.

Дано:

$$m = 0,35 \text{ кг}$$

$$Pt = 1 \text{ кВт} \cdot \text{год} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

$$T_1 = 523 \text{ К}$$

$$T_2 = 303 \text{ К}$$

$$\eta - ?$$

$$\eta_{\max} - ?$$

Розв'язання:

$$\text{ККД реальної машини } \eta = \frac{A_{\text{к}}}{A_3} = \frac{A}{Q} = \frac{Pt}{qm}, \text{ де}$$

$$q = 42 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \text{ — питома теплота згорання дизельного палива.}$$

$$\eta = \frac{3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}}{42 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 0,35 \text{ кг}} = 0,24.$$

$$\text{Для ідеальної теплової машини } \eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

$$\eta_{\max} = \frac{523 \text{ К} - 303 \text{ К}}{523 \text{ К}} = 0,42.$$

Відповідь: $\eta = 24 \%$; $\eta_{\max} = 42 \%$.

ВПРАВА 24

- Температура нагрівника ідеальної теплової машини становить 117 °С, а охолоджувача — 27 °С. Кількість теплоти, що її дістає машина від нагрівача за 1 с, дорівнює 60 кДж. Обчисліть ККД машини, кількість теплоти, яку забирає охолоджувач за 1 с, і потужність машини.
- В ідеальній тепловій машині за рахунок кожного кілоджоуля енергії, що її надає нагрівник, виконується робота 300 Дж. Визначте ККД машини й температуру нагрівника, якщо температура охолоджувача — 280 К.
- Який ККД теплового двигуна, якщо робоче тіло, після отримання від нагрівача кількості теплоти 1,6 МДж, виконало роботу 400 кДж? Яка кількість теплоти передана холодильнику?
- Під час роботи електромотора потужністю 400 Вт його температура зросла на 10 К за 50 с безперервної роботи. Який ККД мотора? Теплоємність мотора $500 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.
- У паровій турбіні витрачається 0,35 кг дизельного пального на 1 кВт · год. Температура пари, яка надходить у турбіну, дорівнює 250 °С, температура охолоджувача — 30 °С. Обчисліть фактичний ККД турбіни та порівняйте його з ККД ідеальної теплової машини, яка працює за тих самих температурних умов.
- У скільки разів n зменшиться споживання електроенергії морозильником, що підтримує всередині температуру $t_0 = -18$ °С, якщо винести його з кімнати, температура в якій $t_1 = +27$ °С, на балкон, де температура $t_2 = -3$ °С? Швидкість теплопередачі пропорційна різниці температур тіла й середовища.



Виконємо навчальні проекти

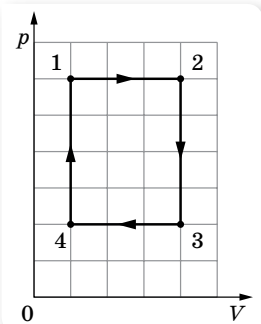
1. Проблеми теплоенергетики: національні та локальні.
2. Визначення теплових втрат будівлі та порівняння з кількістю палива (газу, вугілля), яке витрачене неефективно. Проектування «розумного будинку».
3. Дорога забавка чи альтернатива: чи може сучасний електромобіль повністю замінити авто з двигуном внутрішнього згорання? (Порівняння енергоефективності автомобілів із двигуном внутрішнього згорання та електрокарів.)
4. Чому автомобільний парк України найстаріший у Європі: вплив законодавчо-економічних факторів на технологічне відставання автотранспортної мережі та забруднення довкілля країни.



Перевірте себе (§ 23–26)



1. Як змінюється внутрішня енергія ідеального одноатомного газу за ізотермічного збільшення об'єму газу в 2 рази?
 - А не змінюється
 - Б збільшиться у 2 рази
 - В збільшиться у 3 рази
 - Г зменшиться у 2 рази
2. Під час ізобарного нагрівання 0,04 кг неону його температура змінилася на 20 °С. Яку кількість теплоти отримав газ?
 - А 222 Дж
 - Б 332 Дж
 - В 497 Дж
 - Г 831 Дж
3. Замкнений цикл, який здійснюється над певною масою ідеального газу, складається із 4 процесів. Під час яких із цих процесів газ отримує тепло?
 - А 1 → 2, 2 → 3
 - Б 4 → 1, 1 → 2
 - В 1 → 2, 3 → 4
 - Г 4 → 1, 2 → 3
4. Оберіть правильне співвідношення між кількістю теплоти Q_1 , яку отримало робоче тіло від нагрівника, кількістю теплоти Q_2 , яку передано охолоджувачу, та корисною роботою A для теплової машини, ККД якої 25 %.
 - А $A = 0,75 Q_1$
 - Б $Q_1 = 0,25 Q_2$
 - В $Q_2 = 0,75 Q_1$
 - Г $A = 0,25 (Q_1 + Q_2)$
5. Вважаючи, що внутрішня енергія ідеального газу складається з кінетичної енергії всіх його молекул, обчисліть, яку внутрішню енергію має 500 г гелію за температури $T = 300$ К.
6. Одноатомному газу, кількістю речовини 2 моль, передано кількість теплоти 1,2 кДж. При цьому газ виконав роботу 600 Дж. Як і на скільки змінилась температура газу?

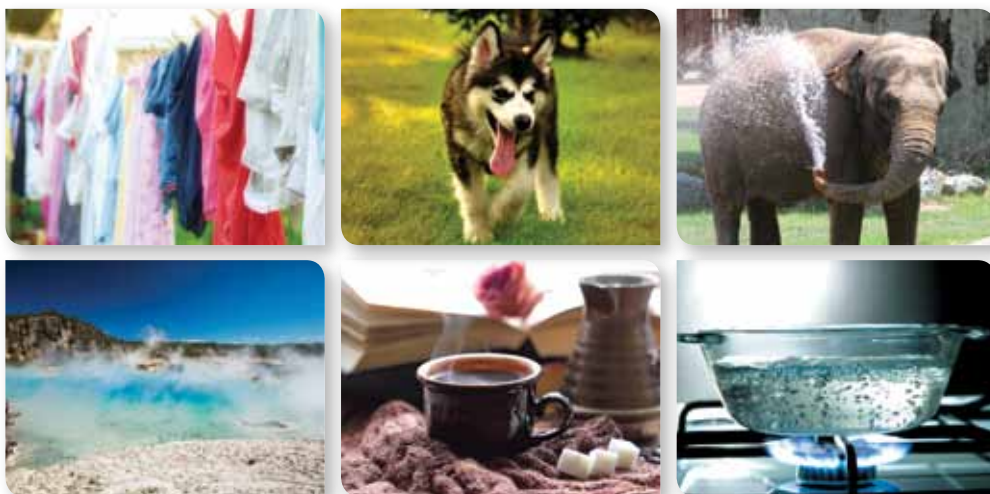


§ 27 Пароутворення та конденсація

Випаровування. Як відомо, речовина може переходити з рідкого стану в газоподібний і навпаки — з газоподібного в рідкий.

Пароутворення — фазовий перехід речовини з рідкого стану в газоподібний. Процес пароутворення може відбуватися з вільної поверхні рідини (випаровування) та всередині її об'єму (кипіння) (мал. 115).

Конденсація — перехід речовини з газоподібного стану в рідкий.



Мал. 115. Випаровування та кипіння

Розглянемо процес випаровування з погляду молекулярно-кінетичної теорії. Як відомо, потенціальна енергія молекул рідини зі збільшенням відстані між ними зростає. Отже, щоб молекула змогла віддалитись на більшу відстань i , взагалі, покинути рідину, необхідно виконати роботу за рахунок зменшення її кінетичної енергії. Серед молекул рідини, які хаотично рухаються в її поверхневому шарі, завжди є такі, значення кінетичної енергії яких більше за роботу, необхідну для подолання протидії молекулярних сил.

Випаровування — це процес пароутворення, що відбувається за будь-якої температури тільки з вільної поверхні рідини, що межує з газоподібним середовищем або з вакуумом.

Молекули рідини, що покинули її, утворюють над її поверхнею *пару*.

Випаровування має такі властивості:

- ▶ Оскільки з рідини під час випаровування вилітають найшвидші молекули, середня швидкість руху молекул, що залишилися, зменшується, ось чому під час випаровування рідина охолоджується. Для підтримання температури такої рідини сталою необхідно підводити тепло.
- ▶ Інтенсивність випаровування залежить від площі відкритої поверхні рідини: що більша поверхня, то більша кількість молекул випаровується за одиницю часу. (Наведіть самостійно приклади, які підтверджують цей ефект.)
- ▶ Випаровування відбувається за будь-якої температури. Саме тому над вільною поверхнею рідини завжди є пара цієї рідини. Що меншою є густина пари рідини над її поверхнею, то інтенсивніше випаровування. Якщо вітер над посудиною відносить з повітрям пару рідини, що утворилась, рідина випаровується швидше.
- ▶ З підвищенням температури інтенсивність випаровування рідини зростає (доведіть це самостійно і проілюструйте).
- ▶ Швидкість випаровування залежить також від природи речовини, яка випаровується. Зокрема, вода випаровується швидше, ніж олія, а ефір — швидше, ніж вода. Це пояснюється різними силами взаємодії між молекулами цих речовин.

Охолодження рідини в результаті її випаровування спостерігається у природі й використовується на практиці. Завдяки тому, що $\frac{2}{3}$ поверхні

Землі вкрито водоймами, підтримується тепловий баланс нашої планети. Після купання шкіра людини охолоджується через випаровування з поверхні тіла крапель води, при цьому повітря здається холоднішим, ніж вода. Під час перевезення продуктів харчування різними транспортними засобами у спеціальних пристроях випаровують рідкий аміак або рідкий двоокис вуглецю. У місцевостях із жарким кліматом воду намагаються зберігати в пористих глиняних посудинах. Вода, просочуючись крізь пори такої посудини, випаровується, і в результаті цього залишається холодною. Через властивість швидко випаровуватися й охолоджуватися деякі рідини (ефір) використовують як знеболювальний засіб.

Ненасичена та насичена пара. Молекули пари, рухаючись хаотично, можуть набути швидкості, напрямленої в бік рідини, і до неї повернутись — відбувається конденсація.

У відкритій посудині молекули, що випарувалися, розлітаються на всі боки й можуть не повернутися назад. У цих випадках випаровування переважає над конденсацією, і кількість рідини зменшується. Утворена в таких умовах пара називається **ненасиченою**.

Накриємо посудину, що містить рідину та її пару. Через деякий час між рідиною та парою встановиться теплова рівновага. У цьому стані кількість молекул, що переходять у пару, за деякий час дорівнює кількості молекул, які повертаються в рідину (конденсуються) за такий самий час. Таку рівновагу називають **динамічною рівновагою** між процесами пароутворення та конденсації речовини. А таку систему називають **двофазною**.

Пару, що перебуває в тепловій динамічній рівновазі зі своєю рідиною, називають **насиченою**.

Ця назва відображає той факт, що в певному об'ємі за певної температури не може міститися більшої кількості пари. Насичена пара за певної температури має найбільшу густину й чинить найбільший тиск.

Процес кипіння. Особливим видом пароутворення є процес *кипіння*. Необхідною умовою кипіння є наявність в об'ємі рідини бульбашок розчиненого в ній газу або його молекул на стінках посудини, які відіграють таку саму роль, як пилинки або йони у процесі конденсації.

Під час нагрівання рідини вода випаровується вздовж поверхні бульбашки в її середину. З підвищенням температури бульбашка заповнюється не тільки повітрям, розчиненим у воді, а й водяною парою. Зі збільшенням кількості водяної пари в середині бульбашок їх об'єм поступово збільшується, а відповідно, збільшується й виштовхувальна архімедова сила, що діє на бульбашку. Бульбашки відриваються від поверхні стінок і дна посудини й підіймаються до поверхні рідини. Якщо вода в посудині ще не прогріта повністю й верхні її шари залишаються холодними, бульбашки стискаються, створюючи характерний шум, який ми чуємо перед початком кипіння рідини. Якщо ж вода прогрілася повністю, а ми продовжуємо її нагрівати, процес пароутворення в середину бульбашок відбувається інтенсивніше. Кількість пари всередині бульбашок збільшується, відповідно підвищується й тиск пари. Унаслідок цього об'єм бульбашок збільшується, і за певної температури рідини бульбашки починають спливати на поверхню й лопаються, а водяна пара, що містилася в бульбашках, виходить назовні. Іноді при цьому можна спостерігати туман, який утворюється над посудиною: водяна пара змішується з холодним повітрям і конденсується у вигляді маленьких крапельок. Самої пари, звичайно, не видно. При кипінні температура рідини залишається сталою, оскільки вся теплота, що надається рідині, йде на внутрішнє випаровування в усьому об'ємі.

Кипіння — процес утворення пари не тільки на поверхні рідини, а й у її об'ємі, який відбувається за сталої (за даного тиску) температури.

Щоб рідина у процесі пароутворення не змінювала своєї температури, їй треба надавати енергію. Питома теплота пароутворення (L , r) — це кількість теплоти, яку необхідно надати одиниці маси речовини в рівноважному ізобарично-ізотермічному процесі для перетворення її в пару за температури кипіння. Кількість теплоти, необхідна для *випаровування*, визначається за формулою: $Q = Lm$, де L — питома теплота пароутворення. Кількість теплоти, яка виділяється під час конденсації пари, визначається також за цією формулою.

Температура кипіння. Усі рідини мають сталу температуру кипіння, яка залежить від роду речовини та зовнішнього тиску. *Що більший зовнішній тиск, то вищою буде температура кипіння рідини, і навпаки.* Так, на висоті 5 км над рівнем моря, де тиск у 2 рази нижчий від атмосферного, температура кипіння води становить $83\text{ }^{\circ}\text{C}$. Отже, рідину можна закип'ятити, не нагріваючи її; достатньо *знизити тиск над рідиною, і вона закипить*. Цю властивість рідин широко використовують у різних технологічних процесах: у процесі нафтопереробки для роз'єднання нафтопродуктів, під час цукроваріння сироп кипить завдяки зниженому тиску при незначній температурі й цукор не пригорає тощо.

Для прискорення варіння винайшли «швидковарки» — посудини зі щільно припасованою кришкою, у якій за допомогою регульованого запобіжного клапана під час нагрівання досягається підвищений тиск і температура кипіння води сягає $120\text{ }^{\circ}\text{C}$. Оскільки швидкість хімічних реакцій під час приготування їжі подвоюється на кожні $10\text{ }^{\circ}\text{C}$, що перевищують $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, то підвищення температури кипіння на $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ в 4 рази прискорює процес приготування їжі.

У парових котлах, де тиск сягає 15 атм ($1,5 \cdot 10^6$ Па), температура кипіння води майже $200\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Перегріта рідина. Ретельно відполірувавши поверхню посудини та очистивши саму рідину, можна досягти практичної відсутності в ній центрів пароутворення. Це приводить до того, що кипіння не починається навіть за температур, вищих за температуру кипіння (чи зовнішніх тисках, нижчих від тиску насиченої пари за певної температури). Таку рідину називають *перегрітою*.



ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗЦМЮ

1. Як пояснити охолодження рідини під час її випаровування?
2. Від чого залежить температура кипіння рідини? Чому під час кипіння температура рідини не змінюється?
3. У каstrулі-швидковарці вода кипить приблизно за $120\text{ }^{\circ}\text{C}$. Каstrуля герметично закрита кришкою, у якій є клапан, що випускає пару за тиску 90–110 кПа (понад атмосферний). Поясніть роботу каstrулі.



Приклади розв'язування задач

Задача. В алюмінієвий калориметр масою $0,5\text{ кг}$, в якому міститься 1 кг води за $10\text{ }^{\circ}\text{C}$, впустили 100 г водяної пари температурою $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Визначте температуру в калориметрі після встановлення теплової рівноваги. Втратами теплоти знехтуйте.

Дано:

$$m_1 = 0,5 \text{ кг}$$

$$m_2 = 1 \text{ кг}$$

$$m_3 = 0,1 \text{ кг}$$

$$t_1 = t_2 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_3 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$L = 2260 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

$$c_1 = 900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

$$c_2 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

$$t = ?$$

Розв'язання:

Складаємо рівняння теплового балансу: у лівій його частині запишемо кількість теплоти, яку отримали калориметр і вода в ньому; у правій частині — кількість теплоти, яку віддали пара і вода, утворена з неї, у процесі охолодження:

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (t - 10 \text{ }^\circ\text{C}) + c_2 \cdot m_2 \cdot (t - 10 \text{ }^\circ\text{C}) =$$

$$= Lm_3 + c_2 \cdot m_3 \cdot (100 \text{ }^\circ\text{C} - t).$$

$$\text{Звідси } 5060 \cdot t = 31840 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$t = 63 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Відповідь: у калориметрі встановиться температура $63 \text{ }^\circ\text{C}$.

ВПРАВА 25

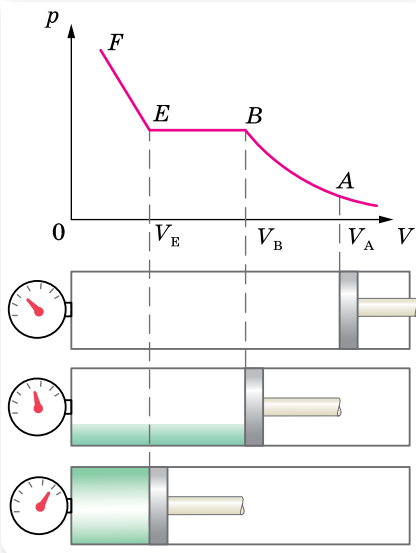
1. Перед ін'єкцією медсестра протирає місце уколу спиртом. Чому відчуття холоду при цьому значно сильніше, ніж при протиранні шкіри вологою тканиною, адже питома теплота пароутворення води набагато більша, ніж спирту, і вода, випаровуючись, має отримувати більшу кількість теплоти?
2. Що має більшу внутрішню енергію: 1 кг води за температури $100 \text{ }^\circ\text{C}$ чи 1 кг водяної пари, взятої за такої самої температури?
3. Чи існує така температура, за якої рідина перестає випаровуватись?
4. У каструлю наливають вісім повних склянок холодної води за температури $10 \text{ }^\circ\text{C}$ і п'ять повних склянок гарячої води за температури $80 \text{ }^\circ\text{C}$. Яка температура встановиться в каструлі? Теплоємністю каструлі знехтуйте.
5. Яку кількість теплоти треба надати 50 г води, температура якої $0 \text{ }^\circ\text{C}$, щоб довести її до кипіння й перетворити половину її в пару?
6. Яка кількість теплоти виділяється під час конденсації водяної пари, маса якої 10 кг за температури $100 \text{ }^\circ\text{C}$, та охолодженні води, що утворилася, до $20 \text{ }^\circ\text{C}$?
7. Водяну пару масою 1 кг взято за температури $100 \text{ }^\circ\text{C}$. Скільки енергії передасть вона навколишньому середовищу при конденсації й подальшому охолодженні до $0 \text{ }^\circ\text{C}$?
8. Металеву кульку масою 900 г нагріли до $155 \text{ }^\circ\text{C}$, опустили в посудину з 3 л води, температура якої становила $10 \text{ }^\circ\text{C}$. У результаті теплообміну встановилася температура $15 \text{ }^\circ\text{C}$. З якого металу виготовлено кулю? Нагріванням посудини знехтуйте.

§ 28

Властивості насиченої й ненасиченої пари

Властивості насиченої й ненасиченої пари. Ненасичена й насичена пари мають різні властивості. Дослідимо їх.

Розглянемо процес *ізотермічного стискання пари*. Нехай ненасичена пара міститься в термоізолюваній посудині (для підтримки сталої темпера-



Мал. 116. Ізотермічний перехід ненасиченої пари в рідину

тури) з поршнем. Якщо ми стискатимемо поршнем ненасичену пару, її густина і тиск зростатимуть доти, поки пара не стане насиченою. Подальше зменшення об'єму не може збільшити ні густину, ні тиск насиченої пари, бо надлишок її перетворюватиметься на рідину. Згодом уся пара перетворюється на рідину, і поршень доторкнеться до її поверхні. Тепер уже зменшення об'єму залежатиме від стискання рідини, а оскільки рідини важко стискаються, то зменшення об'єму потребує значного збільшення тиску.

Залежність тиску ненасиченої й насиченої пари від об'єму зображено на малюнку 116. Якщо під поршнем міститься тільки ненасичена пара (точка А), то зменшення її об'єму спричиняє збільшення тиску за ізотермою AB (іншими словами, ненасичена пара підпорядковується закону

Бойля — Маріотта для ідеального газу). У точці B пара стає насиченою.

Подальше ізотермічне стискання пари приводить до того, що вона починає конденсуватись (відрізок BE). Пара в цей час є насиченою, тиск не змінюється. *Густина й тиск насиченої пари за незмінної температури є сталими величинами (ділянка BE).*

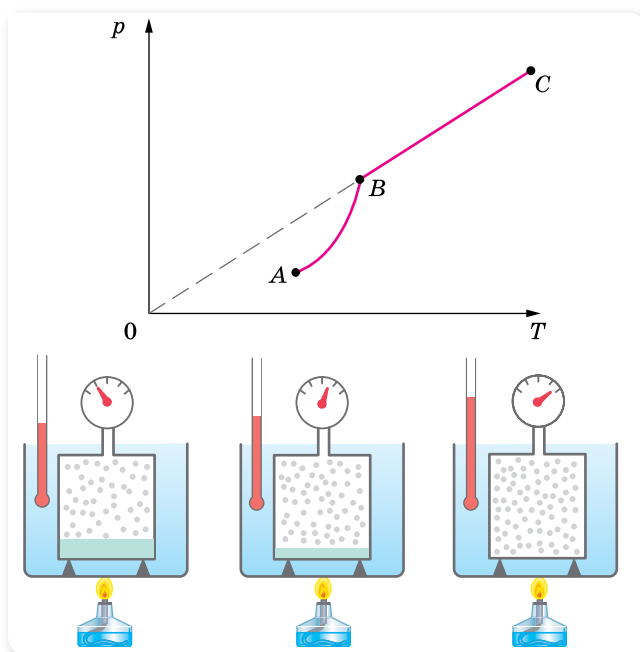
Коли вся пара сконденсується (точка E), подальше зменшення об'єму спричинить стискання рідини (ділянка EF).

Отже, для ненасиченої пари (як і для ідеального газу) виконується закон Бойля — Маріотта, для насиченої пари цей закон не виконується: *тиск і густина насиченої пари не залежать від об'єму.*

З'ясуємо, як поводитиме себе насичена й ненасичена пара в *ізохорному процесі*. Для цього візьмемо герметично закриту посудину (для підтримки сталого об'єму), з'єднану з манометром. У посудині міститься тільки рідина та її пара (інших газів немає). Нагріваючи посудину, фіксуватимемо значення температури й тиску пари. Графічно цю залежність наведено на малюнку 117.

Під час нагрівання кількість рідини в закритій посудині зменшується, отже, густина і маса пари в посудині при нагріванні збільшується. Тиск насиченої пари зростає не тільки внаслідок збільшення температури, а й внаслідок збільшення густини пари. Тож залежність тиску насиченої пари від температури (ділянка AB) не підпорядковується закону Шарля.

Коли вся рідина випарується, пара за подальшого нагрівання стане вже ненасиченою, і її тиск за сталого об'єму зростатиме прямо пропорційно абсолютній температурі (ділянка BC).

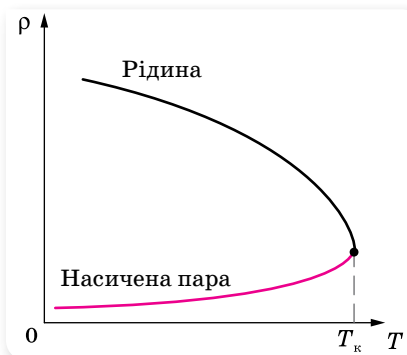


Мал. 117. Залежність тиску пари від температури

Робимо висновок: *закон Шарля до насиченої пари не застосовний.*

Зворотний перехід ненасиченої пари в насичену, а потім — у рідину, як і перехід рідини в насичену й ненасичену пару, може відбуватися двома шляхами — під час зміни об'єму пари та за зміни її температури. Якщо охолоджувати ненасичену пару за сталого тиску, вона стає насиченою, а потім конденсується в рідину (утворення туману, роси).

Як уже зазначалося, під час нагрівання густина насиченої пари зростає, а густина рідини зменшується (мал. 118). Тобто зі зростанням температури їх густини зближуються й за деякої температури T_k (критичної температури) стають однаковими. У цей момент між рідиною та паром зникає межа поділу, пару й рідину не можна розрізнити.



Мал. 118. Залежність густини рідини та її пари від температури

Критична температура — це температура, за якої зникає відмінність фізичних властивостей рідини та її насиченої пари.

За критичної температури густина й тиск насиченої пари стають максимальними, а густина рідини, що перебуває в рівновазі з паром, — мінімальною.

Для кожної речовини існує своє певне значення критичної температури.

Тепер ми можемо дати відповідь на питання, чому одні речовини існують навколо нас і в рідкому, і в газоподібному станах, а інші — тільки в якомусь одному. Особливості газоподібного стану речовини визначаються значеннями температури, яку вона має. Якщо температура газу за атмосферного тиску вища за її критичне значення для цієї речовини, то газ залишається газом, і перетворити його на рідину не можна ні за яких тисків. Парою називають газоподібний стан речовини, для якої звичайні температури виявляються нижчими від критичної температури. Така речовина за звичайних умов може перебувати як у рідкому, так і в газоподібному станах.

Перенасичена пара. Спостереження показують, якщо пара не стискається поряд з рідиною, то пару можна охолодити до температури, нижчої від критичної, але конденсуватись у рідину вона не буде. Така пара називається *перенасиченою*. Пояснюється це тим, що для конденсації необхідні так звані центри конденсації, які б могли бути зародками краплинок рідини. Центрами конденсації, як правило, є пилинки або йони. Чиста пара конденсується лише після досягнення високого ступеня перенасичення.



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗУМІЮ

1. Які властивості має насичена, а які — ненасичена пара?
2. Яку температуру називають критичною?



Експериментуємо

Яка вода замерзне швидше: холодна чи гаряча? Візьміть дві однакові склянки і наповніть їх водою, одну — окропом, іншу — водою з-під крану. У якій зі склянок вода замерзне швидше на морозі? Якими будуть результати експерименту, якщо склянки накрити кришками?

§ 29

Вологість повітря

Водяна пара в повітрі. З поверхні водойм, вологого ґрунту, листя рослин, легенів і шкіри людини і тварин в атмосферу Землі випаровується величезна кількість водяної пари $\left(10^{14} \frac{\text{т}}{\text{рік}}\right)$ і майже $\frac{1}{4}$ цієї води випадає у вигляді опадів на суходолі. Саме тому атмосферне повітря завжди воло-

ге, тобто містить воду (мал. 119). Атмосферне повітря є сумішшю різних газів ($N_2 = 78 \%$, $O_2 = 21 \%$, інертних газів, водяної пари). Хоча водяної пари в атмосфері мало, порівняно з іншими складовими, її значення для життєдіяльності всього живого — надзвичайне.



Мал. 119. Водяна пара в повітрі

Від наявності водяної пари в атмосфері залежить режим випаровування з поверхні суходолу, морів. Перехід водяної пари в рідкий і твердий стани приводить до утворення туманів, хмар, опадів. Виділення теплоти під час конденсації та замерзання є внутрішнім джерелом енергії руху повітряних мас. Здатність водяної пари поглинати сонячне та інфрачервоне випромінювання Землі впливає на тепловий режим земної поверхні й атмосфери.

Від вмісту водяної пари в атмосфері залежить випаровування води організмом людини, що складається в середньому на 67–68 % з води. За одну добу (залежно від роду занять) з поверхні шкіри й легенів людини випаровується майже 2 кг води. Тривале перебування в теплому й вологому повітрі порушує теплообмін в організмі. Людина стає в'ялою, її працездатність знижується. Саме тому про вміст водяної пари в атмосфері (вологість повітря) щоденно повідомляють у прогнозах погоди.

Важливе значення має вологість для життєдіяльності тваринного та рослинного світу, для процесів сушіння виробів тощо. Контроль і підтримання необхідної вологості дуже важливі також для зберігання книг, творів мистецтва, музичних інструментів, харчових продуктів, овочів, фруктів тощо.

Для підтримання необхідної вологості користуються *кондиціонерами*, які зволожують чи осушують повітря.

Вологість повітря. Вміст водяної пари в повітрі, тобто його вологість, можна схарактеризувати кількома величинами.

Так, *абсолютна вологість* повітря дорівнює вмісту водяної пари в грамах в одному кубічному метрі повітря (густина водяної пари). За значенням абсолютної вологості не можна судити про те, наскільки водяна пара в цих умовах близька до насичення. Саме тому ввели величину, яка показує, наскільки водяна пара за певної температури близька до насичення — *відносну вологість повітря*. Звернімо увагу на те, що атмосферний тиск дорівнює сумі тисків сухого повітря та водяної пари, що є в ньому. Тиск, який чинила б водяна пара, коли б не було інших газів, називають *парціальним тиском водяної пари*. Тепер дамо визначення.

Відносна вологість повітря — це фізична величина, що показує, наскільки водяна пара, що є в повітрі, близька до насичення, і вона вимірюється відношенням парціального тиску водяної пари p , що міститься в повітрі за певної температури, до тиску p_n насиченої пари (за тієї самої температури), вираженим у відсотках, $\varphi = \frac{p}{p_n} \cdot 100 \%$.

Оскільки, згідно з газовими законами, тиск прямо пропорційний концентрації молекул, отже і густині ρ , можна записати $\varphi = \frac{\rho}{\rho_n} \cdot 100 \%$, де ρ — густина ненасиченої пари (*абсолютна вологість*), ρ_n — густина насиченої водяної пари.

На основі експериментальних результатів складено таблиці залежності тиску насиченої водяної пари від температури. Якщо знижується температура ненасиченої пари, то її відносна вологість зростатиме без додаткового випаровування води. Знижуючи температуру повітря, можна довести пару, яка в ньому міститься, до стану насичення, що у природі приводить до утворення туману, випадання роси.

Температура, до якої треба ізобарно охолодити повітря певної вологості, щоб водяна пара стала насиченою, називається **точкою роси**.

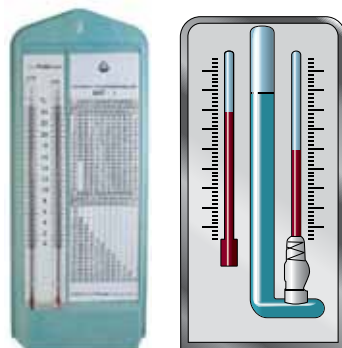
Точка роси також є характеристикою вологості повітря, оскільки вона дає змогу визначити парціальний тиск водяної пари й відносну вологість.

Прилади для вимірювання вологості повітря. Вологість повітря вимірюють спеціальними приладами — психрометром, гігрометром тощо.

Гігрометр психрометричний (мал. 120) складається з двох термометрів — сухого та вологого. Резервуар одного з них залишається сухим, він показує температуру повітря. Резервуар другого обмотаний шматком тканини, зануреної у воду. Вода випаровується, і завдяки цьому

термометр охолоджується. Що меншою є відносна вологість повітря ϕ , то інтенсивніше випаровування й тим нижчу температуру показує вологий термометр. За різницю температур термометрів і спеціальною таблицею можна визначити відносну вологість ϕ повітря. Найсприятливішою для організму людини є відносна вологість від 40 до 60 %.

Вимірюють вологість також за допомогою волосяного гігрометра, дія якого ґрунтується на властивості волосини людини змінювати свою довжину у вологому повітрі. Зі збільшенням вологості довжина волосини зростає, а зі зменшенням вологості — волосина коротшає.



Мал. 120. Гігрометр психрометричний і його схематичне зображення



ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗУМЮ

1. Що розуміють під вологістю повітря?
2. Відносна вологість повітря 70 %. Що це означає?
3. За допомогою яких приладів визначають вологість повітря?
4. Які суб'єктивні відчуття вологості повітря в людини?
5. Сухий термометр психрометра показує 16 °С, а вологий — 8 °С. Відносна вологість, виміряна волосяним гігрометром, дорівнює 30 %. Чи правильні показання гігрометра?



Приклади розв'язування задач

Задача. У кімнаті за температури 20 °С відносна вологість повітря 20 %. Скільки води треба додатково випаровувати для збільшення вологості до 50 %, якщо об'єм кімнати — 40 м³?

Дано:

$$t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\phi_1 = 20 \%$$

$$\phi_2 = 50 \%$$

$$V = 40 \text{ м}^3$$

$$\Delta m = ?$$

Розв'язання:

За відносної вологості ϕ_1 густина пари $\rho_1 = \phi_1 \rho_n$, а за ϕ_2 : $\rho_2 = \phi_2 \rho_n$, де ρ_n — густина насиченої пари за $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Відповідно маси водяної пари $m_1 = \phi_1 \rho_n V$ і $m_2 = \phi_2 \rho_n V$. Додатково треба випаровувати масу води $\Delta m = m_2 - m_1 = (\phi_2 - \phi_1) \rho_n V$.

$$\text{З таблиці знаходимо } \rho_n = 1,73 \cdot 10^{-2} \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}.$$

Після підстановки даних отримаємо:

$$\Delta m = (0,5 - 0,2) \cdot 1,73 \cdot 10^{-2} \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3} \cdot 40 \text{ м}^3 = 0,208 \text{ кг.}$$

Відповідь: $\Delta m = 0,208 \text{ кг.}$

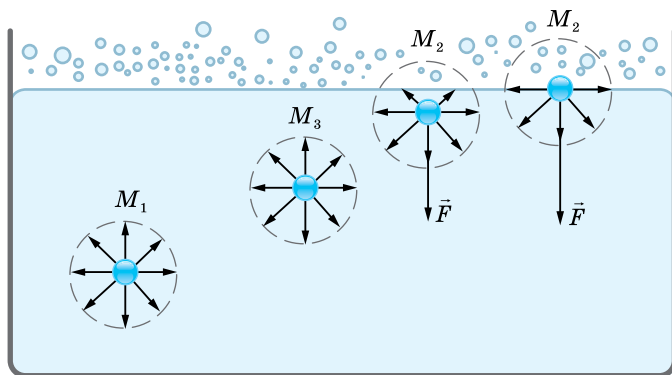
ВПРАВА 26

1. Восени перед сходом Сонця, коли температура повітря падає, часто утворюється туман. Чому утворення туману запобігає подальшому зниженню температури повітря?
2. Густина водяної пари за $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ дорівнює $23 \frac{\text{г}}{\text{м}^3}$. Насичена ця пара чи ненасичена?
3. У циліндричній посудині під поршнем, площа якого 10 см^2 , міститься вода за температури $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, причому поршень торкається поверхні води. Скільки води випарується, якщо підняти поршень на 15 см ?
4. Тиск насиченої пари ефіру за $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ дорівнює $24,7\text{ кПа}$, а за $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ — 123 кПа . Порівняйте значення густини пари за цих температур.
5. Визначте відносну вологість повітря в кімнаті за $18\text{ }^{\circ}\text{C}$, якщо за $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ утворюється роса.
6. Відносна вологість у кімнаті за температури $16\text{ }^{\circ}\text{C}$ становить 65% . Як зміниться відносна вологість після зниження температури повітря на 4 К , якщо парціальний тиск водяної пари залишиться таким самим?
7. Відносна вологість повітря ввечері за $16\text{ }^{\circ}\text{C}$ дорівнює 55% . Чи випаде роса, якщо вночі температура зменшиться до $8\text{ }^{\circ}\text{C}$?
8. Для осушення повітря, яке заповнює балон місткістю 10 л , до балону ввели шматок хлориду кальцію, що увібрав $0,13\text{ г}$ води. Якою була відносна вологість повітря в балоні, якщо його температура дорівнює $20\text{ }^{\circ}\text{C}$?

§ 30

Рідини. Властивості поверхні рідин

Явище поверхневого натягу. Найхарактернішою властивістю рідини, є те, що на межі з газом рідина утворює *вільну поверхню*. З'ясуємо, чим відрізняються дії молекулярних сил всередині рідини та на її поверхні.



Мал. 121. Сили міжмолекулярної взаємодії молекул рідини

На кожен молекулу рідини діють сили притягання сусідніх молекул (мал. 121). Ці сили для молекули M_1 , що містяться всередині рідини, взаємно скомпенсовані, тобто середнє значення рівнодійної сил притягання близьке до нуля. Випадкові зміни величини і напрямку цієї рівнодійної змушують молекулу здійснювати лише хаотичний рух всередині рідини.

Рівнодійна ж сил притягання F , що діє на молекули, які містяться на поверхні рідини, відмінна від нуля, адже над поверхнею рідини її молекул значно менше, ніж усередині. Таким чином, рівнодійна сил притягання, що діють на молекули, які розміщені в поверхневому шарі товщиною, яка дорівнює радіусу міжмолекулярної взаємодії, напрямлена вниз (усередину рідини). Унаслідок цього молекули поверхневого шару чинять молекулярний тиск на рідину, стягуючи її поверхню до мінімуму. Це явище називають *явищем поверхневого натягу*. Рівнодійну сил притягання, які діють між молекулами на поверхні рідини, називають *силою поверхневого натягу* F_n .

Завдяки явищу поверхневого натягу вільна поверхня води поводить себе як пружна плівка, на ній можуть утримуватися легкі (навіть металеві) предмети й рухатися комахи-вodomірки (мал. 122).



Мал. 122.
Комаха-вodomірка
на поверхні води

Явище поверхневого натягу з позицій молекулярно-кінетичної теорії пояснюється таким чином. Оскільки молекули рідини, розміщені в її поверхневому шарі, втягуються всередину рідини, їх потенціальна енергія більша, ніж у молекул всередині рідини. За рахунок цієї додаткової потенціальної енергії молекул поверхневого шару може бути виконана робота, пов'язана зі зменшенням вільної поверхні рідини. Або, навпаки, для того, щоб вивести молекулу M_1 (мал. 121) із середини рідини на її поверхню, треба подолати протидію молекулярних сил, тобто виконати роботу, яка потрібна для збільшення вільної енергії поверхневого шару рідини. Неважко зрозуміти, що при цьому зміна вільної енергії прямо пропорційна зміні площі вільної поверхні рідини: $\Delta E \sim \Delta S$. І оскільки зміна енергії виражається роботою, $\Delta E = A$, то $A \sim \Delta S$.

Робота молекулярних сил залежить від роду рідини й умов над поверхнею рідини. Тому, переходячи до знака рівності, введемо коефіцієнт пропорційності σ , що описує ці залежності. Його називають коефіцієнтом поверхневого натягу.

Коефіцієнт поверхневого натягу, σ — це фізична величина, яка описує залежність роботи молекулярних сил під час зміни площі вільної поверхні рідини від роду рідини й зовнішніх умов і вимірюється роботою молекулярних сил, необхідною для зменшення площі вільної поверхні

рідини на одиницю: $\sigma = \frac{A}{\Delta S}$.

Одиниця коефіцієнта поверхневого натягу в СІ — джоуль на метр у квадраті: $1 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}$.

Цей коефіцієнт визначено для багатьох однорідних рідин і занесено до таблиць. З підвищенням температури коефіцієнт σ зменшується через збільшення середньої відстані між молекулами на поверхні рідини. За критичної температури $T_{\text{кр}}$ поверхневий натяг зникає, оскільки немає різниці між рідиною та її паром.

Коефіцієнт поверхневого натягу може бути виражений і через силу поверхневого натягу та довжину межі вільної поверхні: $\sigma = \frac{F_{\text{н}}}{l}$.

Силою поверхневого натягу називають силу, яка діє вздовж поверхні рідини перпендикулярно до лінії, що обмежує цю поверхню, і прагне скоротити площу вільної поверхні до мінімуму.

З формули $\sigma = \frac{F_{\text{н}}}{l}$ видно, що одиницею коефіцієнта поверхневого натягу може бути ньютон на метр: $1 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Вивчаючи основи механіки, ми дізналися, що будь-яка механічна система у вільному стані намагається зайняти таке положення, у якому її потенціальна енергія мінімальна. Така ж закономірність спостерігається і в молекулярній фізиці. Під дією сил поверхневого натягу поверхневий шар рідини намагається скоротити площу своєї поверхні до мінімального для даного об'єму рідини розміру. Рідина, що перебуває у вільному стані й не взаємодіє з опорою чи посудиною (наприклад, у стані невагомості) набуває форму кулі, бо куляста форма має мінімальну площу поверхні для заданого об'єму.

Поверхнево-активні речовини. На значення коефіцієнта σ також впливає наявність домішок у самій рідині. Речовини, які послаблюють поверхневий натяг рідин, називають *поверхнево-активними*. Найвідомішими поверхнево-активними речовинами для води є мило та мийні засоби. Зокрема, мило зменшує коефіцієнт поверхневого натягу води з $72 \cdot 10^{-3}$ до $45 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. У процесі прання білизни значення σ зменшується

як через нагрівання рідини, так і завдяки додаванню мийних засобів, це сприяє легшому проникненню розчину в тканину. З молекулярної точки зору вплив поверхнево-активних речовин пояснюється тим, що сили притягання між молекулами самої рідини більші за сили притягання між молекулами поверхнево-активної речовини. Тому молекули рідини, розміщені в поверхневому шарі, з більшою силою втягуються всередину рідини, ніж молекули домішок. Унаслідок цього молекули рідини переходять з поверхневого шару в глибину, а молекули поверхнево-активної речовини витісняються на поверхню.



ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗУМЮ

1. Які властивості має поверхневий шар рідини? Що таке сила поверхневого натягу?
2. Від чого залежить коефіцієнт поверхневого натягу? У яких одиницях вимірюється коефіцієнт поверхневого натягу в СІ?
3. Як зміниться сила поверхневого натягу води після розчинення в ній мила?



Експериментуємо

Покладіть на поверхню води сірник і доторкніться до води шматком мила з одного боку поблизу сірника. Поясніть явище, що спостерігається при цьому. Визначте силу, яка приводить сірник у рух, якщо довжина сірника 4 см.



Приклади розв'язування задач

Задача. Тонке алюмінієве кільце радіусом 7,8 см лежить на поверхні мильного розчину. З яким зусиллям можна відірвати кільце від розчину? Температуру розчину вважати кімнатною. Маса кільця 4 г.

Дано:

$$R = 7,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$m = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$\sigma = 4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$F = ?$

Розв'язання:

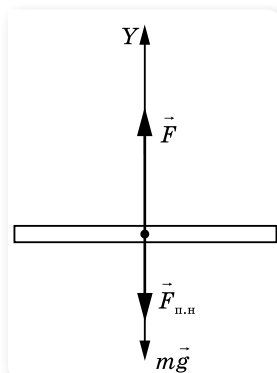
Сили, що діють на кільце, показано на малюнку 123.

Оскільки кільце дотикається до мильного розчину і із зовнішнього, і з внутрішнього боку, то сила поверхневого натягу $F_{\text{п.н}} = 2\sigma l$, де $l = 2\pi R$.

Сила, яку необхідно прикласти, щоб відірвати кільце, дорівнює $F = mg + 2\sigma l = mg + 4\pi\sigma R$.

Після підстановки даних отримуємо: $F = 0,11 \text{ Н}$.

Відповідь: 0,11 Н.



Мал. 123. Сили, що діють на кільце

ВПРАВА 27

1. Яку роботу треба виконати, щоб надути мильну бульбашку радіусом 4 см? Коефіцієнт поверхневого натягу мильного розчину дорівнює $40 \frac{\text{мН}}{\text{м}}$.
2. З крапельниці накрапали однакові маси води, спочатку холодної за температури 8°C , а потім гарячої — за температури 80°C . Як і в скільки разів змінився коефіцієнт поверхневого натягу води, якщо в першому випадку утворилося 40, а в другому — 48 крапель? Вважайте, що густина холодної та гарячої води — однакова.
3. Кільце, внутрішній діаметр якого 25 мм, а зовнішній — 26 мм, підвішене горизонтально до пружини й дотикається до поверхні рідини. Жорсткість пружини $9,8 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Під час опускання поверхні рідини, кільце відривається від неї в момент, коли видовження пружини становить 5,3 мм. Визначте поверхневий натяг рідини.

§ 31 Змочування. Капілярні явища

Змочування. Розглянемо явища, що виникають на межі дотику поверхонь рідини і твердого тіла. У повсякденному житті можна спостерігати, що крапля води може розпливатись (наприклад, по чистій поверхні скла (мал. 124, а)), але може і не розпливатись і мати при цьому форму майже правильної кулі (наприклад, краплі роси) (мал. 124, б). У першому випадку кажуть, що вода змочує поверхню, у другому — не змочує.

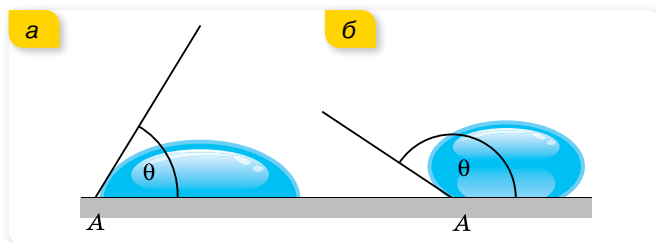
Як саме поводитиме себе рідина на поверхні твердого тіла, залежить від сил взаємодії молекул рідини з молекулами твердого тіла. Якщо взаємодія молекул рідини між собою менша, ніж їх взаємодія з молекулами контактного твердого тіла, то маємо випадок *змочування*, а коли ця взаємодія більша, — *незмочування*.

Оскільки явища змочування і незмочування визначаються відносними властивостями речовин рідини і твердого тіла, одна й та сама рідина може бути змочувальною для одного твердого тіла і незмочувальною для іншого. Наприклад, вода змочує скло і не змочує парафін.

Кількісною мірою змочування є *крайовий кут* θ (мал. 125) — кут, що утворюється поверхнею твердого тіла і дотичною, проведеною до поверхні рідини в точці дотику (рідина міститься усередині кута).



Мал. 124.
Явище змочування (а);
незмочування (б)



Мал. 125. Крайовий кут: а — гострий для змочувальних рідин; б — тупий для незмочувальних

За змочування $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ і що меншим є кут θ , то сильнішим буде змочування. Якщо крайовий кут дорівнює нулю, змочування називають повним, або ідеальним. Прикладом ідеального змочування може бути

розтікання спирту по чистій поверхні скла. У цьому випадку рідина розтікається по поверхні твердого тіла до тих пір, доки не покриє її всю.

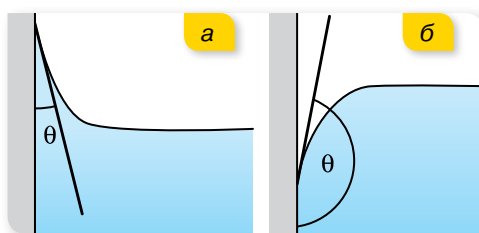
У разі незмочування $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ і що більшим є кут θ , то сильнішим буде незмочування. За значення крайового кута 180° спостерігається повне незмочування. У цьому випадку рідина не розтікається по поверхні твердого тіла і легко скочується з неї. Подібне явище можна спостерігати, коли ми намагаємося вимити жирну поверхню холодною водою. Миючі властивості мила і синтетичних порошків пояснюються тим, що мильний розчин має менший поверхневий натяг, ніж вода. Великий поверхневий натяг води заважає їй проникати в дрібні пори і проміжки між волокнами тканини.

Явища змочування і незмочування відіграють важливу роль у житті людини. У таких виробничих процесах, як склеювання, фарбування, паєння дуже важливо забезпечити змочування поверхонь. Забезпечення незмочування дуже важливе для гідроізоляції, синтезу водостійких матеріалів. У медицині явища змочування важливі для забезпечення руху крові по капілярах, у процесі дихання та інших біологічних процесах.

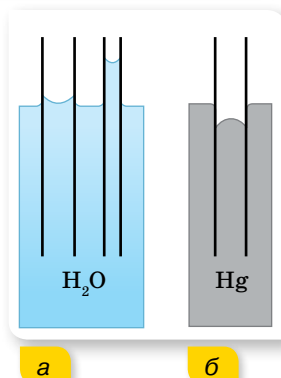
Капілярні явища. Явища змочування і незмочування чітко проявляються у вузьких трубках — капілярах. Оскільки крайовий кут утворюється і за вертикального положення твердої поверхні, це приводить до підняття змочувальної рідини або опускання незмочувальної біля країв посудини (мал. 126).

Якщо рідина змочує матеріал капіляра, то всередині його поверхня рідини — меніск — має увігнуту форму (мал. 127, а), а рівень рідини всередині капіляра — вище відкритої поверхні. Якщо рідина не змочує матеріал капіляра, то меніск має опуклу форму (мал. 127, б), а рівень рідини всередині капіляра — нижче відкритої поверхні.

Це пояснюється тим, що під увігнутим меніском змочуючої рідини тиск менший, ніж під плоскою поверхнею. Тому рідина в капілярі піднімається доти, поки гідростатичний тиск піднятої в капілярі рідини на рівні плоскої поверхні не компенсуватиме різницю тиску. Під опуклим меніском незмочувальної рідини тиск більший, ніж під плоскою поверхнею, що приводить до опускання рідини в капілярі. Додатковий тиск Δp ще називають лапласівським (на честь французького вченого П'єра Симона де Лапласа, що його досліджував).



Мал. 126. Підняття змочувальної рідини (а) й опускання незмочувальної (б)



Мал. 127.
а — підняття змочувальної і б — опускання незмочувальної рідини в капілярі

Установимо, як можна визначити висоту підняття рівня рідини в капілярі. Рідина піднімається доти, поки додатковий тиск не врівноважиться гідростатичним тиском стовпа рідин. Рівновага встановлюється за умови $\Delta p = \rho gh$. Для сферичного меніска $\Delta p = \frac{2\sigma}{R}$. Враховуючи, що радіус сферичної поверхні (меніска) R дорівнює внутрішньому радіусу капіляра r , маємо: $\frac{2\sigma}{r} = \rho gh$.

$$\text{Звідси } h = \frac{2\sigma}{\rho gr}.$$

Глибина опускання рівня незмочуючої рідини визначається тими самими формулами.

Капілярні явища мають велике значення в природі й техніці. Завдяки цим явищам відбувається проникнення вологи з ґрунту в стебла й листя рослин. Саме в капілярах відбуваються основні процеси, пов'язані з диханням і живленням організмів. У тілі кожної людини приблизно $160 \cdot 10^9$ капілярів, загальна довжина яких сягає 60 – 80 тис. км.

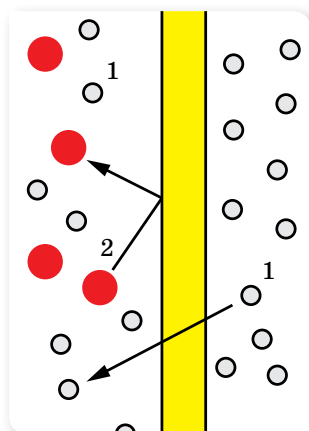
У будівництві враховують можливість підняття вологи по капілярних порох будівельних матеріалів. Для захисту фундаменту і стін від дії ґрунтових вод і вологи застосовують гідроізоляційні матеріали — толь, смоли тощо.

Завдяки капілярному підняттю вдається фарбувати тканини. Часто капілярні явища використовують і в побуті. Висушувальна дія рушників, серветок, гігроскопічної вати, марлі, промокального паперу ґрунтується на капілярних явищах.

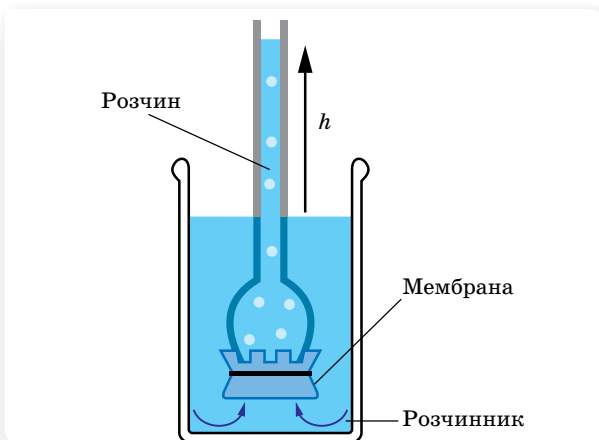
Осмотичний тиск. Якщо розчин (наприклад, цукру у воді) і розчинник (воду) розділити перетинкою, яка пропускає молекули води й не пропускає молекули цукру, то концентрація розчину вирівнюватиметься тільки внаслідок переміщення молекул води (мал. 128). Молекули води можуть рухатись із розчину в розчинник і в зворотному напрямку — з води в розчин. З більшою швидкістю відбувається дифузія в розчин, де концентрація води є меншою. Унаслідок цього об'єм розчину поступово зростає, а концентрація цукру в ньому зменшується. Сила, яка обумовлює рух розчинника через напівпроникну мембрану, називається **осмотичним тиском**.

Для визначення величини осмотичного тиску розглянемо дослід (мал. 129). Якщо розчин вмістити в посудину, яка вгорі переходить у вузьку вертикальну трубку, а знизу закрита напівпроникною мембраною, то внаслідок осмосу об'єм розчину збільшується. Але з підняттям рівня рідини в трубці виникне надлишковий тиск, що призводить до збільшення швидкості переміщення молекул води з розчину в розчинник, тобто протидіє осмосу. Коли гідростатичний тиск досягне певного значення, осмос припиниться, встановиться рівновага. Тиск стовпа й виражає величину осмотичного тиску.

Осмотичний тиск крові, лімфи і тканинної рідини має велике значення в регуляції обміну води між кров'ю і тканинами. Зміна осмотичного тиску рідини, що оточує клітини, веде до порушень водного обміну в них.



Мал. 128. Осмос



Мал. 129. До визначення осмотичного тиску



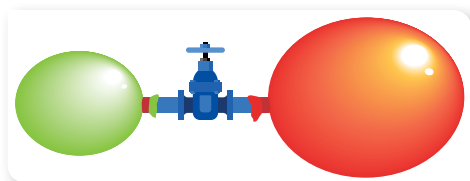
ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗУМІЮ

1. Розкрийте фізичну сутність явищ змочування та незмочування.
2. Чому плями жиру на одязі не вдається змити водою?
3. Поясніть, у якому випадку рідина в капілярі піднімається, а в якому — опускається.
4. Наведіть приклади врахування й використання капілярних явищ у повсякденному житті.



Експериментуємо

Дві повітряні кульки, надуті до різного розміру, надіто на трубку з краном (мал. 130). Чи будуть змінюватися розміри кульок, якщо відкрити кран? А якщо будуть змінюватися, то як саме?



Мал. 130

ВПРАВА 28

1. У капілярній трубці, радіус якої 0,5 мм, рідина піднялася на висоту 11 мм. Визначте густину цієї рідини, якщо її коефіцієнт поверхневого натягу становить $0,022 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.
2. Ртутний барометр має діаметр трубки 3 мм. Яку поправку в показання барометра треба внести, якщо врахувати капілярне опускання ртуті?

3. У двох капілярних трубках різного діаметра, занурених у воду, встановилася різниця рівнів 2,6 см. Коли ці самі трубки занурили в спирт, то різниця рівнів становила 1 см. Знаючи коефіцієнт поверхневого натягу води, визначте коефіцієнт поверхневого натягу спирту.
4. Вода піднімається в капілярній трубці на висоту 62 мм, а сірководень — на 21 мм. Визначте коефіцієнт поверхневого натягу сірководню, якщо його густина $1260 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.
Визначте також діаметр капілярної трубки.
5. У рідину, що добре змочує скло, вертикально опущені дві скляні трубки: одна діаметром 1 мм, друга діаметром 1,55 мм. Рідина піднялась в одній трубці вище, ніж у другій, на 5 мм. Визначте коефіцієнт поверхневого натягу рідини, якщо її густина — $800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.
6. У посудину з рідиною опущено капіляр, внутрішній радіус якого 2 мм. Визначте коефіцієнт поверхневого натягу рідини, якщо маса рідини, що піднялась у капіляр, — 0,09 г.
7. При плавленні вертикально підвішеного свинцевого дроту діаметром $d = 1$ мм утворилось $n = 20$ крапель свинцю. Наскільки покортшав дріт? Коефіцієнт поверхневого натягу рідкого свинцю $\sigma = 0,47 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, густина свинцю $\rho = 11,3 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.
8. Яким має бути внутрішній діаметр капіляра, щоб у разі повного змочування вода в ньому піднімалась на 2 см? Задачу розв'яжіть для випадків, коли капіляр перебуває: а) на Землі; б) на Місяці.
9. Відкрити з обох кінців капілярну трубку радіусом 1 мм наповнено водою і встановлено вертикально. Якої висоти стовпчик води утримується в капілярі? Товщину стінок капіляра вважайте дуже малою.
10. Змочуваний водою кубик масою 20 г плаває на поверхні води. Ребро кубика має довжину 3 см. На якій відстані від поверхні води міститься нижня грань кубика? Коефіцієнт поверхневого натягу води — $0,073 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.
11. Який радіус поперечного перерізу повинен мати алюмінієвий дріт, щоб його шматок завдовжки 2 см, натертий парафіном, міг перебувати у воді у вертикальному положенні, занурившись рівно наполовину?

§ 32

Кристали й аморфні тверді тіла

Будова і властивості кристалічних тіл. Анізотропність. Твердими називають такі тіла, які зберігають власний об'єм і форму. Причиною такої стійкості є характер руху і взаємодії молекул: вони можуть лише коливатися навколо положення рівноваги, перейти в інше положення рівноваги молекула не може. Енергія й амплітуда коливань молекул тим більша, що вищою є температура тіла.

За впорядкованістю самих положень рівноваги тверді тіла поділяють на *кристалічні й аморфні* (мал. 131).

Кристали — це тверді тіла, у яких атоми або молекули розміщені впорядковано й утворюють періодично повторювану внутрішню структуру.

Періодична повторюваність структури зберігається в усіх напрямках у межах усього кристала. Говорять, що кристал має *далекий порядок* у розташуванні молекул. Можна виділити маленький об'єм (елементарну комірку), повторенням якої можна побудувати весь кристал, як будинок із цеглин. Іноді весь шматок твердої речовини являє собою один кристал. Такими є, наприклад, окремих шматочок цукру в цукровому піску, шматочок солі, гірського кришталю тощо. Такі кристалічні тіла називають *монокристалами*.

Елементарна комірка може мати форму куба, паралелепіпеда, призми тощо (мал. 132).

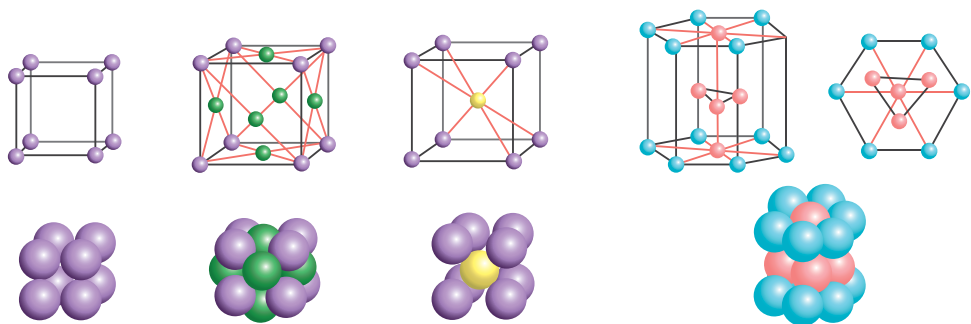


а



б

Мал. 131. а — кристал;
б — аморфне тіло



Мал. 132. Типи кристалічних ґраток

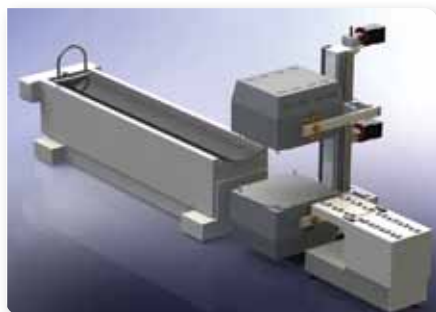
З такою будовою кристалічних тіл пов'язана *анізотропія* їхніх властивостей, тобто *неоднаковість фізичних властивостей у різних напрямках*.

Анізотропію виявляють механічні, теплові, електромагнітні й оптичні властивості кристалів, якщо за упорядкованого розміщення атомів, молекул або йонів сили взаємодії між ними й міжатомні відстані є неоднаковими в різних напрямках.

Утворення та використання кристалів. Кристали утворюються в природних умовах і штучно (мал. 133, с. 190). За припущеннями вчених, у природних умовах багато кристалів утворилося внаслідок охолодження рідкої речовини земної кори — магми, що є розплавом різних речовин. Багато мінералів виникли з перенасичених водних розчинів. Першим серед них необхідно назвати кам'яну сіль NaCl . Товщина пластів кам'яної



Мал. 133. Штучні кристали вітчизняного виробництва



Мал. 134. Вітчизняні медичні томографічні камери на основі сцинтиляційних детекторів власного виробництва

солі, що утворилися під час випаровування води солоних озер, досягає в деяких родовищах кількох сотень метрів.

Штучні кристали можна виростити з розплаву шляхом кристалізації, з розчину та газу. Останнім часом швидкими темпами розвивається технологія вирощування монокристалів усіма відомими способами на космічних орбітальних станціях. Невагомість і космічний вакуум дають змогу вирощувати монокристали небачених раніше розмірів і хімічної чистоти.

Монокристали знайшли широке застосування в сучасній фізиці й техніці. Усі напівпровідникові прилади (діоди, транзистори) є кристалами зі спеціально введеними домішками. Виникла нова галузь електроніки — молекулярна електроніка. Монокристали є основною деталлю таких сучасних приладів, як квантові підсилювачі та генератори (мазери й лазери).

В Україні (м. Харків) діє Науково-технологічний комплекс «Інститут монокристалів» Національної академії наук України, у структурі якого є один зі світових лідерів у виробництві сцинтиляційних продуктів та виробів з них, а також сучасної радіометричної та спектрометричної апаратури на їх основі, — Інститут сцинтиляційних матеріалів (ІСМА). Фахівці інституту вирощують гігантські монокристали, які вражають не тільки своїми габаритами (маса соляного велетня 504 кг), а й унікальними властивостями (мал. 133).

Технологія вирощування дозволяє контролювати у процесі росту різноманітні параметри цього кристалу, задаючи йому потрібну властивість. Після цього монокристал ріжуть на дрібніші частини. Розмір цих кристалів залежить від функціонального призначення детекторів, для яких їх виготовляють. Детектори з кристалічною начинкою

можна використовувати в усіх приладах, що працюють на основі радіоактивного випромінювання. За його допомогою кристал «бачить» живу картинку досяжної йому реальності й передає її на екран. Звідси фактично безмежна сфера використання цього продукту — атомна енергетика, геологія, комунальна галузь, медицина (мал. 134).

Сучасні технології, що запропоновані в ІСМА, дозволяють вирощувати найбільші й найдешевші сапфіри високої якості. Вони, без перебільшення, не горять у вогні й у воді не тонуть. Тобто не плавляться навіть у мартені, не розчиняються в кислоті, не руйнуються в епіцентрі ядерного вибуху. Справжню революцію сапфірові кристали спричинили в медицині, витіснивши металічні імпланти. Їх використовують скрізь, де потрібні замітники кісткової тканини, — у стоматології, ортопедії, пластиці хребта. Це стало можливим завдяки тому, що сапфір гармонійно приживається всередині організму, бо він не токсичний, не спричинює зміни функцій внутрішніх органів, не змінює характеристики білкового та жирового обміну. Тобто біоінертний і біосумісний. Сьогодні в ІСМА вже налагоджено дільницю з виробництва найрізноманітніших імплантатів, які повернули здоров'я тисячам пацієнтів як вітчизняних, так і зарубіжних клінік.

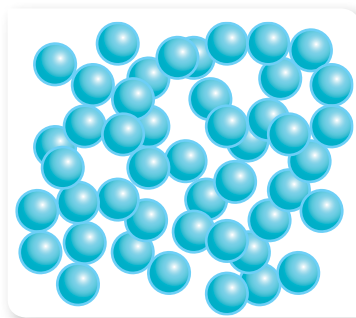
Будова та властивості аморфних тіл.

Ізотропність. Аморфні тіла за своєю будовою нагадують дуже густі рідини. В аморфних тілах існує лише *ближній порядок* у розташуванні частинок речовини (мал. 135). Прикладами аморфних тіл є шматки затверділої смоли, янтар, вироби зі скла.

Аморфні тіла, не маючи далекого порядку в структурі, значно відрізняються від кристалічних тіл своїми властивостями. Аморфні тіла *ізотропні*, тобто їх фізичні властивості однакові в усіх напрямках. Так, вони не мають певної температури плавлення й питомої теплоти плавлення, — з підвищенням температури вони поступово перетворюються на рідину. Аморфні тіла *пластичні*, тобто вони не відновлюють форму після припинення дії деформуючої сили.

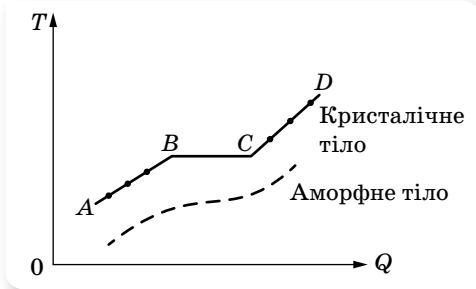
Аморфний стан нестійкий: через деякий час аморфна речовина переходить у кристалічний стан. Але часто цей час буває дуже тривалим (роки й десятиліття). До таких речовин належить скло. Будучи спочатку прозорим, протягом багатьох років воно мутніє: у ньому утворюються дрібні кристалики силікатів.

Плавлення кристалів та аморфних тіл. Значна відмінність кристалічних тіл від аморфних виявляється в процесах плавлення і тверднення. Досліди показують, що кристалічні тіла плавляться і тверднуть за певної для кожної речовини температури, яку називають *температурою плавлення*. Під час нагрівання кристалічного тіла інтенсивність коливального руху молекул у кристалі підвищується, а з досягненням температури



Мал. 135. Схема розташування молекул в аморфному тілі

плавлення коливання стають такими інтенсивними, що молекули (атоми) вже не можуть утриматися у вузлах ґратки, остання руйнується — відбувається плавлення. Для кожного кристалічного тіла температура плавлення своя.



Мал. 136. Графік залежності температури T кристалічного й аморфного тіл від наданої кількості теплоти Q

Графік залежності температури T кристалічного й аморфного тіл від наданої кількості теплоти зображено на малюнку 136. Ділянка AB графіка відповідає твердому стану кристалічної речовини й показує, що під час нагрівання температура кристалічного тіла змінюється.

Точка B відповідає температурі плавлення $T_{пл}$, з досягненням якої під час нагрівання кристалічне тіло плавиться. Ділянка BC графіка відповідає процесу плавлення кристалічного тіла, під час якого воно

існує частково в рідкому, частково у твердому стані. Температура кристалічного тіла при цьому не змінюється. Уся кількість теплоти витрачається тільки на збільшення потенціальної енергії молекул тіла, а їхня кінетична енергія не змінюється. Тому не змінюється і температура.

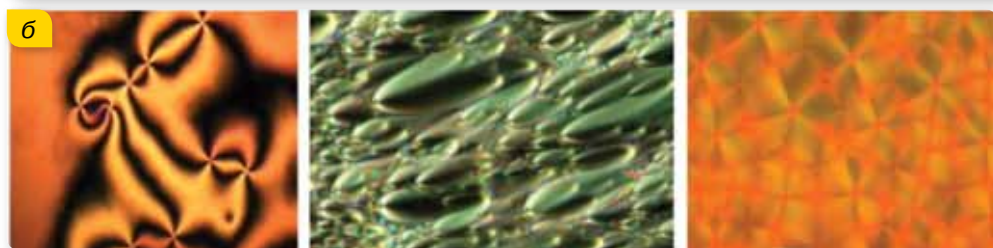
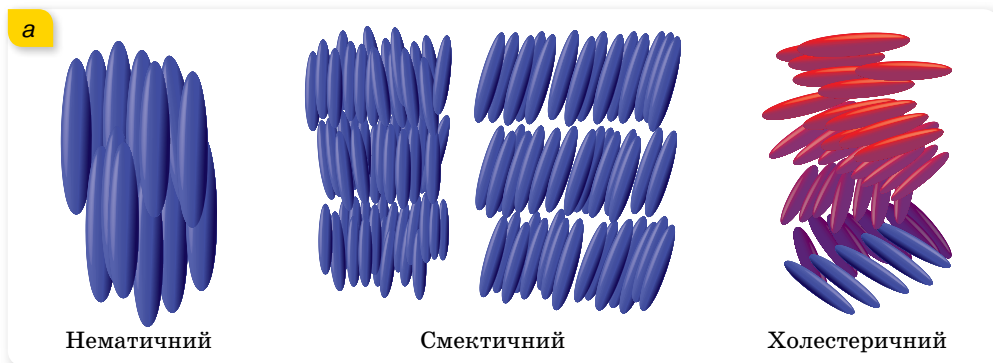
Збільшення потенціальної енергії молекул приводить до руйнування кристалічної ґратки тіла, тобто до зміни агрегатного стану речовини. Точка C відповідає повному переходу кристалічного тіла в рідину під час плавлення. Ділянка CD графіка відповідає рідкому стану речовини й показує, що під час нагрівання температура рідини змінюється.

Аморфні тіла не мають певної температури плавлення або тверднення. У процесі плавлення (або тверднення) температура аморфних тіл безперервно змінюється (мал. 136).

Рідкі кристали. Наприкінці XIX ст. були відкриті речовини, внутрішня структура яких у рідкому стані мала властивості, характерні як для рідин (велика текучість, здатність перебувати в краплеподібному стані, злиття краплин при зіткненні), так і для твердих тіл (анізотропія). Такий стан речовин було названо мезоморфним, що означає — стан із проміжною структурою, а самі речовини пізніше почали називати рідкими кристалами. Рідкі кристали довгий час не застосовувалися в техніці. Починаючи із середини 60-х років інтерес до рідких кристалів небувало зріс у зв'язку з успішним використанням їх в оптико- й мікроелектроніці, у різних індикаторних пристроях і т. д. За останні десятиліття було створено основи фізики рідких кристалів, одержано нові типи рідких кристалів, вивчено їхні властивості, які все ширше застосовуються в науці та техніці.

Молекули рідких кристалів мають витягнуту паличкоподібну форму. Саме така форма й визначає їх взаємне розташування всередині речовини — вони розташовані пліч-о-пліч одна до одної в певному порядку (мал. 137). Тому вони можуть рухатися лише вздовж своєї осі, повертати-

ся на певний кут, але при цьому не можуть змінити напрямок свого розташування (на відміну від молекул рідини, які можуть рухатися в усіх напрямках). Нині загальноприйнятою є класифікація рідких кристалів на три основні стани: нематичний, смектичний і холестеричний.



Мал. 137. Рідкі кристали: а — схематичне зображення розташування молекул; б — фото рідких кристалів

Ефективно використовуються рідкі кристали в медицині. Вони дуже чутливі до змін температури (десяті долі градуса) і при цьому змінюють своє забарвлення. Тому рідкі кристали дають змогу одержати картину розподілу температур на тілі людини, а отже, локалізувати запалення. Як системи відображення інформації, рідкі кристали використовують у наручних годинниках, вимірювальних приладах автомобілів. За допомогою рідких кристалів виявляють пари шкідливих хімічних сполук і небезпечні для здоров'я людини випромінювання.



ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗУМІЮ

1. Чим відрізняються кристалічні тіла від аморфних? Як візуально можна відрізнити кристал від аморфного тіла?
2. Що таке анізотропія; ізотропність?
3. Якщо тілу властива анізотропія, то чи означає це, що воно обов'язково кристалічне?
4. У чому полягає відмінність у процесах плавлення кристалічних та аморфних тіл?
5. Чим обумовлено широке використання рідких кристалів?

§ 33

Механічні й теплові властивості
твердих тіл

Механічна напруга. Механічні властивості матеріалів — це здатність матеріалів протистояти деформуванню та руйнуванню, пружно й пластично деформуватися під дією зовнішніх механічних сил.

Фізичною величиною, що характеризує дію внутрішніх сил, які виникають у деформованому тілі, є **механічна напруга** σ . Механічна напруга дорівнює відношенню модуля сили пружності $F_{\text{пр}}$ до площі S поперечного перерізу тіла:

$$\sigma = \frac{F_{\text{пр}}}{S}.$$

Вимірюється σ в ньютонах на метр у квадраті, або паскалях: $1 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 1 \text{ Па}$.

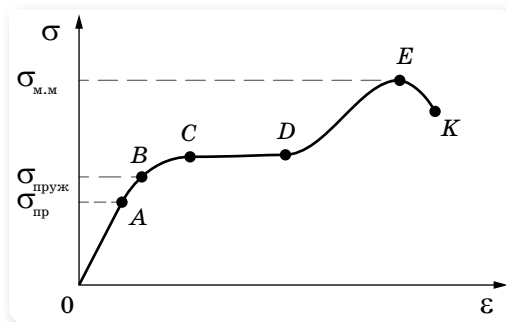
Величина, яка характеризує здатність матеріалів протидіяти деформації одностороннього розтягу (стиску), називається **модулем Юнга (модулем пружності)**.

Модуль Юнга, E дорівнює відношенню механічної напруги σ до відносного видовження ε , спричиненого цією напругою в напрямку її дії:

$$E = \frac{\sigma}{|\varepsilon|}.$$

Тут *відносне видовження* $|\varepsilon| = \frac{|\Delta l|}{l_0} = \frac{|l - l_0|}{l_0}$, де l_0 — початкова довжина стержня, l — довжина деформованого стержня.

Діаграма розтягу. На малюнку 138 показано залежність механічної напруги від відносного видовження під час розтягування.



Мал. 138. Діаграма розтягування

Ділянка OA відповідає пружній деформації — тіло повністю відновлює свої розміри після зняття зовнішнього навантаження. $\sigma_{\text{проп}}$ — межа пропорційності — максимальне значення механічної напруги, для якого виконується закон Гука.

Для деформації розтягу закон Гука можна сформулювати так: у межах пропорційності механічна напруга σ прямо пропорційна відносному видовженню ε : $\sigma = E|\varepsilon|$.

На ділянці AB закон Гука не виконується, але деформація ще залишається пружною. Максимальна напруга, за якої ще не виникає помітна залишкова деформація, називається *межею пружності* $\sigma_{\text{пр}}$.

Якщо продовжувати розтягувати тіло, то в ньому виникає *залишкова деформація* (ділянка BC) — деформація, у результаті якої тіло залишається деформованим після припинення дії зовнішньої сили. Таку деформацію ще називають *пластичною*.

Подальше видовження тіла відбувається майже без збільшення напруги в ньому, тому кажуть, що «матеріал тече». Ділянка CD — текучість матеріалу.

Зі збільшенням деформації крива напруг починає трохи підніматися й досягає максимуму в точці E . Потім напруга швидко спадає, і тіло руйнується (точка K). Отже, розрив настає після того, як напруга досягне максимального значення $\sigma_{\text{м.м}}$, що називається *межею міцності*.

Дослідження поведінки тіла під зовнішніми механічними навантаженнями і їх діаграми розтягу досить важливі у практичному використанні матеріалів для різних цілей.

Модуль Юнга. Встановимо зв'язок між величинами, що входять до закону Гука, записаного у вигляді $F_{\text{пр}} = k|x|$ та $\sigma = E|\varepsilon|$.

Прирівняємо $\sigma = \frac{F_{\text{пр}}}{S}$ та $\sigma = E\left|\frac{\Delta l}{l_0}\right|$. Отримуємо: $\frac{F_{\text{пр}}}{S} = E\left|\frac{\Delta l}{l_0}\right|$, або

$$F_{\text{пр}} = \frac{ES}{l_0}|\Delta l|.$$

Ураховуючи, що $|x| = |\Delta l|$, легко бачити, що $k = \frac{ES}{l_0}$.

Модуль Юнга E , на відмінну від жорсткості тіла, не залежить від розмірів тіла, і його значення наведено в таблицях. Для сталі модуль Юнга приблизно дорівнює $2,1 \cdot 10^{11} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$. Чому приблизно? Та тому, що марок сталей дуже багато. Відповідно і модуль Юнга пружинної сталі більший за модуль Юнга сталі, з якої штампують цвяхи.

Свинець — м'який метал, але і він має пружність, а його модуль Юнга в 15 разів менший, ніж модуль Юнга сталі. Усі інші метали мають модуль Юнга більший, ніж у свинцю, але менший, ніж у сталі.

Іншою важливою характеристикою конструкційного матеріалу є межа міцності. Межа міцності в різних матеріалів також сильно відрізняється. У сталі межа міцності найбільша. Тому сталь — основний конструкційний матеріал. Під час проектування будь-яких конструкцій (мал. 139, с. 196)

ураховується межа міцності, і можливі напруги мають бути в кілька разів (зазвичай у 10 разів) меншими від межі міцності. Існує спеціальний розділ у прикладній науці — опір матеріалів. Його вивчають у всіх технічних вузах, що готують фахівців з конструювання та експлуатації машин і механізмів.



Мал. 139. Конструкції

Цікаво відзначити, що сталевий дріт, підвішений за один кінець, розтягується під дією власної ваги. Обрив від власної ваги відбудеться, якщо довжина сталевого дроту перевищуватиме 4,2 км. Дріт зі свинцю обірветься під дією власної ваги при довжині всього в 120 м. Усі машини та механічні конструкції — вежі, мости, аронні конструкції — розраховуються так, щоб напруги в жодному місці конструкції не перевищували межі пружності.

Теплове розширення твердих тіл. Як відомо, під час нагрівання збільшується швидкість теплового руху молекул і їхня середня кінетична енергія. Це приводить до збільшення середньої відстані між молекулами. Отже, речовини, нагріваючись, розширюються. Ступінь теплового розширення тіла залежить від речовини, з якої його виготовлено. Таким чином тіла, виготовлені з різних речовин, під час нагрівання на 1°C розширюються не однаково. Існують фізичні величини, які характеризують об'ємне та лінійне розширення тіл. Так, якщо за початкової температури t_0 об'єм тіла — V_0 , то внаслідок нагрівання до температури t об'єм тіла збільшується до V . Тобто зі зміною температури на $\Delta t = t - t_0$ об'єм тіла змінюється на $\Delta V = V - V_0$. Відношення ΔV тіла до його початкового об'єму V_0 прямо пропорційне зміні температури Δt : $\frac{\Delta V}{V_0} \sim \Delta t$. Щоб про-

порційний вираз став рівністю, потрібно ввести коефіцієнт пропорційності b , який називають коефіцієнтом об'ємного розширення: $\frac{\Delta V}{V_0} = b\Delta t$.

Коефіцієнт об'ємного розширення b показує зміну об'єму тіла внаслідок зміни його температури на 1°C , за умови, що початковий об'єм тіла становив 1 м^3 .

Аналогічні міркування застосовують щодо лінійного розширення тіл, яке притаманне лише твердим тілам й означає зміну довжини тіла: $\frac{\Delta l}{l_0} = \alpha\Delta t$, де α — коефіцієнт лінійного розширення.

Коефіцієнт лінійного розширення α показує зміну довжини тіла внаслідок зміни його температури на 1°C , за умови, що початкова довжина тіла становила 1 м .

Коефіцієнти об'ємного та лінійного розширення вимірюються в однакових одиницях $1\frac{1}{^\circ\text{C}}$. Для аморфних тіл і кристалів кубічної форми справджується рівність $b = 3\alpha$.

Наприклад, коефіцієнт лінійного розширення сталі становить $0,000012\frac{1}{^\circ\text{C}}$. Це означає, що нагрівання сталевого стержня завдовжки 1 м на 1°C спричинить його видовження на $0,000012\text{ м}$. Тобто внаслідок такого нагрівання довжина стержня стане $1,000012\text{ м}$. На перший погляд здається, що таке незначне видовження особливо ні на що не впливає. Однак якщо інженери та будівельники не врахують теплового розширення, то будівлі, мости, лінії електропередач, колії залізниці зазнають руйнування (мал. 140).



Мал. 140. Теплове розширення конструкцій



ЗНАЮ, ВМЮ, РОЗУМЮ

1. Як досліджують матеріал на розтяг? Як оцінюють значення навантаження та деформації зразка під час дослідження на розтяг?
2. З якою метою використовують діаграму розтягу матеріалу?
3. У чому відмінність крихких матеріалів від пластичних?

- Чому розрахунок на міцність проводять за допустимими напругами, а не за межею міцності?
- Від чого, окрім температури, залежить зміна розмірів тіл під час їхнього нагрівання або охолодження?

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Довжина сталевого дроту площею поперечного перерізу 3 мм^2 під дією сили $4 \cdot 10^4 \text{ Н}$ становить 2 м . Визначте абсолютне видовження дроту при збільшенні сили розтягування на 10^4 Н .

Дано:

$$S = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$l_1 = 2 \text{ м}$$

$$F = 4 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

$$\Delta F = 10^4 \text{ Н}$$

$$\Delta l_2 = ?$$

Розв'язання:

Модуль Юнга для сталі визначаємо за таблицею (див. форзаці), $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$.

Визначимо початкову довжину дроту l_0 .

Прирівнюючи праві частини формул: $\sigma = \frac{F}{S}$,

$$\sigma = E \frac{l_1 - l_0}{l_0}, \text{ визначаємо } l_0 = \frac{SEl_1}{F + SE}.$$

Для більшої розтягуючої сили $\frac{F + \Delta F}{S} = E \frac{\Delta l_2}{l_0}$, звідки $\Delta l_2 = \frac{(F + \Delta F)l_0}{SE}$.

Підставляючи вираз для l_0 , отримуємо: $\Delta l_2 = \frac{(F + \Delta F)l_1}{F + SE}$.

$$\text{Обчислення: } \Delta l_2 = \frac{(4 \cdot 10^4 \text{ Н} + 10^4 \text{ Н}) \cdot 2 \text{ м}}{4 \cdot 10^4 \text{ Н} + 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}} \approx 0,16 \text{ м}.$$

Відповідь: $\approx 0,16 \text{ м}$.

Задача 2. На скільки збільшиться об'єм цільного залізного куба, якщо надати йому $296,4 \text{ кДж}$ енергії у вигляді теплоти?

Дано:

$$\Delta Q = 296,4 \text{ Дж}$$

$$c = 460 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

$$\rho = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$$

$$\Delta V = ?$$

Розв'язання:

Зміну об'єму залізного куба визначаємо з формули: $\Delta V = V_0 b \Delta T$.

Зміну температури ΔT визначаємо з формули для кількості теплоти, яку отримало тіло:

$$\Delta Q = cm\Delta T = c\rho V_0 \Delta T, \text{ звідки } \Delta T = \frac{\Delta Q}{c\rho V_0}.$$

Підставляючи одержане значення ΔT у вираз для ΔV і враховуючи,

$$\text{що } b \approx 3\alpha, \text{ маємо: } \Delta V = \frac{b}{c\rho} \Delta Q = \frac{3\alpha}{c\rho} \Delta Q.$$

Підставляючи числові значення, знаходимо:

$$\Delta V = \frac{3 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1} \cdot 296,4 \cdot 10^3 \text{ Дж}}{460 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \approx 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Відповідь: $3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$.

ВПРАВА 29

1. Два дроти, діаметри яких відрізняються в три рази, розтягують однаковими силами. Порівняйте напруги, які виникають у дротах.
2. Балка завдовжки 5 м та площею поперечного перерізу 100 см^2 під дією сил по 10 кН , прикладених до її кінців, стиснулася на 1 см. Визначте відносне стискування та механічну напругу в балці.
3. Визначте напругу, яка виникає в сталевому тросі, відносно видовження якого дорівнює 0,001.
4. У скільки разів абсолютне видовження мідного дроту більше, ніж сталевого (такої самої довжини й такого самого поперечного перерізу), коли на них діють однакові розтягуючі сили?
5. Які сили треба прикласти до кінців сталевого дроту завдовжки 4 м з поперечним перерізом $0,5 \text{ мм}^2$, щоб видовжити його на 2 мм?
6. У скільки разів відносно видовження риболовної жилки діаметром 0,2 мм більше, ніж жилки діаметром 0,4 мм, якщо до їх кінців прикласти однакову силу?
7. До дроту було причеплено вантаж. Потім дріт зігнули навпіл і причепили той самий вантаж. Порівняйте абсолютне та відносне видовження дроту в обох випадках.
8. Довжина газопроводу Новопокска — Ужгород становить близько 1500 км. На скільки довшим став би газопровід за сезонних змін температури повітря від -30 до $+30 \text{ }^\circ\text{C}$, за умови, що сталеві труби газопроводу прокладено не в ґрунті, а в повітрі?
9. Залізнична цистерна вміщує 90 м^3 бензину. Якою буде різниця в об'ємі бензину, якщо його залили в Одесі за температури $10 \text{ }^\circ\text{C}$, а розвантажили в Рівному за температури $0 \text{ }^\circ\text{C}$?
10. На скільки $^\circ\text{C}$ потрібно нагріти воду в чайнику, щоб її об'єм збільшився з 1 л до 1,02 л?
11. Годинник з металевим маятником поспішає на 8 с за добу за температури $3 \text{ }^\circ\text{C}$ і відстає на 7 с протягом доби за температури $23 \text{ }^\circ\text{C}$. Визначте середній коефіцієнт лінійного теплового розширення матеріалу маятника та температуру, за якої годинник буде йти правильно.
12. Обчисліть у відсотках, яка кількість бензину виллється з повного бензобака автомобіля, якщо він нагріється від 25 до $50 \text{ }^\circ\text{C}$.

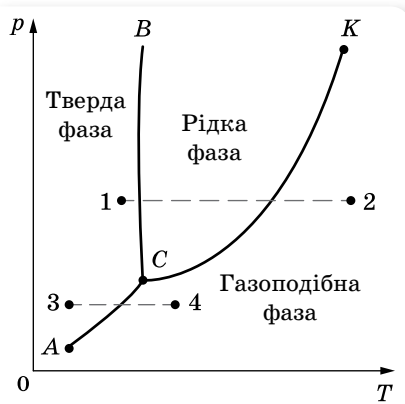
§ 34 Діаграма стану речовини

Фазові переходи речовини з погляду молекулярно-кінетичної теорії.

Агрегатний стан речовини з точки зору молекулярно-кінетичної теорії речовини визначається співвідношенням між складовими повної (внутрішньої) енергії: середньою потенціальною енергією взаємодії молекул та їхньою середньою кінетичною енергією. Нагрівання речовини супроводжується не просто зміною її внутрішньої енергії, а змінює співвідношення між її складовими. Допоки кількісне співвідношення між середньою кінетичною енергією руху молекул і середньою потенціальною енергією їх взаємодії залишається у визначених межах, підведення тепла до речовини не змінює її фазового стану. З подальшим нагріванням збіль-

шується середня кінетична енергія руху молекул і відповідно відстані між ними, що приводить до зменшення потенціальної енергії взаємодії. З досягненням певної температури створюються умови, коли кількісні співвідношення між складовими внутрішньої енергії вже не задовольняють умовам рівноважного стану, і речовина переходить у нову фазу. Для цієї фази кількісні співвідношення між складовими внутрішньої енергії вже будуть іншими. При цьому рівновага між фазами є динамічною: у результаті безперервного хаотичного руху молекул відбувається їх обмін. А саме, відомі вам фазові переходи: рідина \leftrightarrow пара, тверде тіло \leftrightarrow рідина, тверде тіло \leftrightarrow пара.

Фазові переходи в термодинаміці. Кожний з однорідних станів речовини — твердий, рідкий та газоподібний — у термодинаміці повністю описується макропараметрами: тиском, температурою та об'ємом за відповідної маси. Як свідчать експериментальні дослідження, ці параметри не можуть змінюватись довільно. Зміна одного з них спричинює відповідну зміну інших параметрів. В аналітичному вигляді залежність між макропараметрами встановлено лише для газів.



Мал. 141. Діаграма стану речовини

Проте в термодинаміці доведено, що рівновага між двома фазами описується функціональною залежністю між тиском і температурою. Кожному фазовому переходу (рідина \leftrightarrow пара, тверде тіло \leftrightarrow рідина, тверде тіло \leftrightarrow пара) відповідає своя функціональна залежність, яка для кожної речовини визначається експериментальним шляхом. Якщо ці залежності графічно зобразити в координатах T, p , отримаємо відповідні три криві: випаровування, плавлення та сублимації (мал. 141).

Лінії фазової рівноваги між твердою, рідкою та газоподібною фазами називають *лініями фазових переходів*, а отриману діаграму — *діаграмою стану речовини* (або *фазовою діаграмою*).

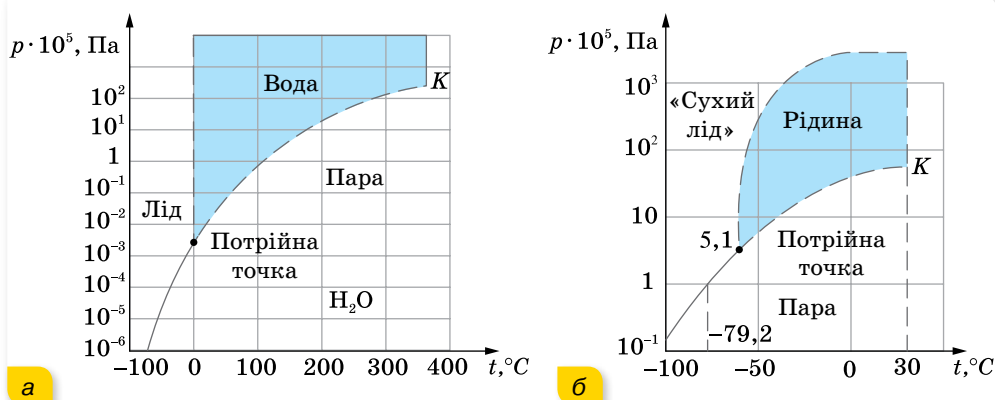
На діаграмі крива CK — це вже відома вам залежність тиску насиченої пари від температури, де K — критична точка, вище якої крива не може підніматися. Крива CK називається кривою випаровування. Крива BC — це крива плавлення, а крива AC — крива сублимації. Ці криві розбивають координатну площину на відповідні області: твердої, рідкої та газоподібної фази.

Будь-яка точка на кривих CK, BC, AC визначає динамічну рівновагу двох фаз, за якої з однієї фази в іншу переходить однакова кількість молекул. Будь-яка точка області відповідає однофазному стану речовини. Точці C відповідають єдині для певної речовини пара значень p і T , за

яких усі три фази речовини можуть перебувати в рівновазі. Цю точку називають *потрійною*.

Діаграма стану дає змогу визначити, які переходи буде зазнавати речовина в певних процесах. Наприклад, якщо взяти речовину в стані, що відповідає точці 1, та ізобарно нагрівати цю речовину, то вона буде зазнавати таких переходів: тверде тіло — рідина — пара (штрихова лінія 1–2 на діаграмі). Якщо ж узяти ту саму речовину, але у стані, що відповідає точці 3, і знову ізобарно нагрівати речовину, то вона зазнає іншого переходу: з твердого стану в газоподібний, без рідкої фази (штрихова лінія 3–4 на діаграмі).

Для прикладу розглянемо діаграми стану води (мал. 142, а) та вуглекислоти (мал. 142, б). Для води у потрійній точці тиск $p = 610$ Па, а температура $T = 0$ °С. Тому за нормального атмосферного тиску (близько 10^5 Па) перехід із твердої фази в газоподібну відбувається через рідку.



Мал. 142. Діаграма стану води (а) та вуглекислоти (б)

Для вуглекислоти значення тиску в потрійній точці $p = 5,1 \cdot 10^5$ Па, тому за атмосферного тиску для неї можливий перехід тверде тіло — газ. Вуглекислоту у твердому стані називають «сухим льодом» (за схожість її зовнішнього вигляду із звичайним льодом (мал. 143)).



Мал. 143. «Сухий лід»



ЗНАЮ, ВМІЮ, РОЗЦІМІЮ

1. У якій точці закінчується крива випаровування на діаграмі p, T ?
2. У якій точці закінчується крива сублимації?
3. Чому «сухий лід» не плавиться за нормальних умов?

ВПРАВА 30

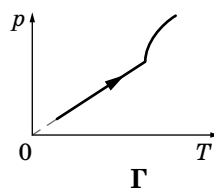
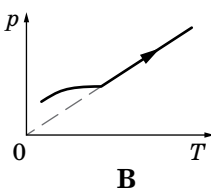
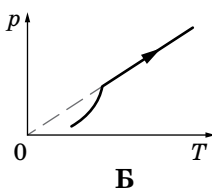
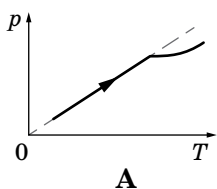
1. Сталеву деталь, розігріту до температури $800\text{ }^{\circ}\text{C}$, загартовують, опускаючи в моторну оливу за температури $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Олива при цьому нагрівається до температури $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Визначте масу сталеві деталі, якщо після занурення її в оливу вона охолочила на $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Маса моторної оливи — 2 кг , її питома теплоємність — $1,9 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.
2. У скляну посудину, масою 120 г і температурою $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, налили гарячу воду, маса якої 200 г і температура $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Через 5 хв температура посудини з водою стала дорівнювати $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Яка кількість теплоти втрачається за одиницю часу? Процес втрати тепла вважайте сталим. Питома теплоємність посудини — $840 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.
3. У залізному калориметрі масою $0,1\text{ кг}$ є $0,5\text{ кг}$ води за температури $15\text{ }^{\circ}\text{C}$. У калориметр кладуть свинець й алюміній загальною масою $0,15\text{ кг}$ за температури $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Унаслідок цього температура води піднімається до $17\text{ }^{\circ}\text{C}$. Визначте маси свинцю й алюмінію.
4. Кризь воду, що має температуру $10\text{ }^{\circ}\text{C}$, пропускають водяну пару температурою $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Скільки відсотків становить маса води, яка утворилася з пари, від маси усієї води в посудині в момент, коли її температура дорівнює $50\text{ }^{\circ}\text{C}$?
5. Водяну стоградусну пару впустили в калориметр, де міститься шматок льоду, маса якого 5 кг , а температура $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$. Визначте масу впущеної пари, якщо шматок льоду розплавився.
6. У суміш, що складається з 20 л води і 10 кг льоду за температури $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, вливають свинець за температури плавлення. Уся суміш набуває температури $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ і 200 г води при цьому перетворюється в пару. Визначте, скільки було влито свинцю.
7. У теплоізолюваній посудині міститься 500 г води і $54,4\text{ г}$ льоду за температури $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. У посудину подають суху насичену пару масою $6,6\text{ г}$ за температури $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Якою буде температура після встановлення теплової рівноваги?
8. У посудину з водою за температури $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ вмістили 100 г льоду за температури $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$. Яка температура встановиться в посудині? Теплоємність посудини з водою — $1,67 \frac{\text{кДж}}{\text{К}}$.
9. Розжарений алюмінієвий куб кладуть на лід, температура якого $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$, при цьому куб повністю заглиблюється в лід. Визначте початкову температуру куба. Зміною об'єму куба внаслідок його охолодження знехтуйте.



Перевірте себе (§ 27–34)



1. Який графік залежності тиску від температури всередині герметичної посудини, у якій міститься краплина води та насичена пара відповідає процесу її нагрівання? Після випаровування краплини нагрівання продовжують.



2. На яку висоту піднімається спирт за $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ у скляній капілярній трубці, внутрішній діаметр якої $0,55\text{ мм}$? Змочування вважайте повним.

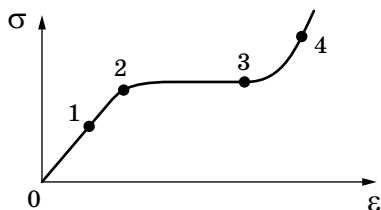
A $0,25\text{ см}$

B 1 см

B $0,5\text{ см}$

Г 2 см

3. На графіку залежності механічної напруги від відносного видовження вкажіть точку, що відповідає межі пропорційності.



A 1

B 3

B 2

Г 4

4. За температури $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ довжина алюмінієвого дроту становила 2000 м . Визначте довжину дроту за температури $200\text{ }^{\circ}\text{C}$.

A $2004,8\text{ м}$

B $2009,6\text{ м}$

B $1990,4\text{ м}$

Г $2008,5\text{ м}$

5. Відносна вологість повітря ввечері за температури $16\text{ }^{\circ}\text{C}$ дорівнює 69% . Визначте температуру (у градусах Цельсія), за якої вночі почне випадати роса.

6. У посудині лежить шматок льоду. Температура льоду $t_1 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Якщо надати йому кількість теплоти $Q = 50\text{ кДж}$, то $\frac{3}{4}$ льоду розтане. Яку кількість теплоти q потрібно після цього надати вмісту посудини додатково, щоб увесь лід розтанув й утворена вода нагрілася до температури $t_2 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$? Тепловими втратами на нагрівання посудини знехтуйте.



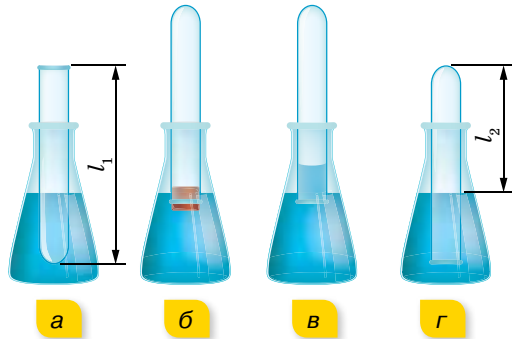
ФІЗИЧНИЙ ПРАКТИКУМ

ДОСЛІДЖЕННЯ ІЗОПРОЦЕСУ

Прилади та матеріали: скляний циліндр висотою 60 см і діаметром 40–50 мм; скляна трубка довжиною 60 см і діаметром 8–10 мм, закрита з одного кінця; лінійка; склянка; пластилін; холодна й гаряча вода; термометр.

Вказівки щодо виконання роботи

1. Скляну трубку опустіть відкритим кінцем догори на 3–5 хв у циліндричну посудину з гарячою водою (мал. 144, а). Виміряйте довжину скляної трубки l_1 і температуру води T_1 у циліндричній посудині. У цьому випадку об'єм повітря V_1 дорівнює об'єму скляної трубки, а температура повітря — температурі гарячої води.



Мал. 144

2. Щоб під час зміни фізичних властивостей повітря його кількість не змінилась, відкритий кінець скляної трубки, що міститься в гарячій воді, закрийте пластиліном. Опустіть у склянку з водою кімнатної температури (мал. 144, б) трубку закритим кінцем униз і зніміть під водою пластилін (мал. 144, в). Щоб тиск повітря в трубці знову дорівнював атмосферному, потрібно збільшувати глибину занурення трубки в склянку доти, поки рівні води в трубці та склянці не будуть збігатися (мал. 144, г). Виміряйте довжину l_2 повітряного стовпа в трубці й температуру навколишнього повітря T_2 , результати вимірювань запишіть у таблицю.
3. Обчисліть відношення $\frac{l_1}{l_2}$ і $\frac{T_1}{T_2}$.

ВИЗНАЧЕННЯ ПИТОМОЇ ТЕПЛОЄМНОСТІ ТІЛА

Прилади та матеріали: металеве тіло; калориметр; мензурка; термометр; посудина з водою; електроплитка; терези навчальні з набором важків.

Вказівки щодо виконання роботи

1. Визначте за допомогою терезів масу металевого тіла m_2 . Опустіть тіло в посудину з киплячою водою.

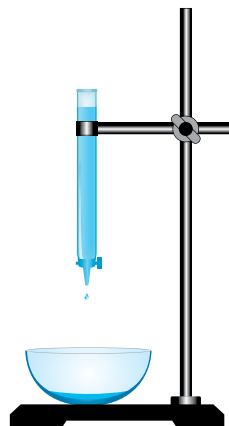
2. Налийте в калориметр 100 см^3 води за кімнатної температури. Виміряйте початкову температуру води і калориметра t_1 °С. Опустіть у калориметр тіло, нагріте до температури 100 °С, і визначте температуру t_c °С в калориметрі після встановлення теплової рівноваги.
3. Змініть воду в калориметрі й повторіть вимірювання.
4. Скориставшись рівнянням теплового балансу, обчисліть питому теплоємність тіла:
$$c = \frac{(C_k + m_1 c)(t_c - t_1)}{m_2(t_2 - t_c)}$$
, де C_k — теплоємність алюмінієвого калориметра, m_1 — маса води в калориметрі, m_2 — маса тіла, c — питома теплоємність води.

ВИМІРЮВАННЯ ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ РІДИНИ

Прилади та матеріали: бюретка звичайна з краном; лійка хімічна; терези навчальні з набором важків; посудина з дистильованою водою; штангенциркуль; склянка.

Вказівки щодо виконання роботи

1. За допомогою штангенциркуля виміряйте діаметр отвору бюретки.
2. Підставивши під отвір бюретки посудину з водою і поступово відкриваючи кран, доможіться повільного відривання крапель від бюретки, щоб краплі падали одна за одною через 1–2 с.
3. Зважте порожню склянку з точністю до десятих часток грама. Поставте її під краплі, що рівномірно падають, і відррахуйте 50–100 крапель.
4. Зважте склянку знову й визначте масу води.
5. Повторіть дослід для інших кількостей крапель, визначаючи щоразу їхню масу.
6. Користуючись даними та формулою $\sigma = \frac{mg}{n\pi d}$, визначте поверхневий натяг для кожного окремого вимірювання. Знайдіть середнє значення σ_c .



ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ПРУЖНОСТІ ГУМИ

Прилади та матеріали: гумовий шнур з гачком; штатив; набір важків; лінійка; штангенциркуль.

Вказівки щодо виконання роботи

1. Олівцем (або ручкою) нанесіть на гумовий шнур дві мітки. Лінійкою виміряйте відстань (l_0) між мітками.
2. До нижнього кінця шнура підвісьте два важки. Виміряйте відстань (l) між мітками на розтягнутому шнурі.
3. Якщо шнур має круглий переріз, то виміряйте діаметр шнура (D) штангенциркулем. Якщо шнур має прямокутний переріз, то виміряйте лінійкою довжину (a) і штангенциркулем ширину (b) прямокутного перерізу шнура в розтягнутому стані.
4. Модуль Юнга обчисліть за допомогою розрахункової формули: для шнура, що має

круглий переріз: $E = \frac{4Fl_0}{\pi D^2(l - l_0)}$; для шнура, що має прямокутний переріз:
$$E = \frac{Fl_0}{ab(l - l_0)}$$
.

Відповіді до вправ

Вправа 1

3. 4 м, 2 м. **4.** т. А (20 м, 20 м); т. В (60 м, -10 м); 0 м; -30 м; 50 м. **5.** 5 м, 4 м, -3 м. **6.** 5 м.

Вправа 2

2. 30 с; 150 м; 60 м.

Вправа 3

1. 14 м/с. **2.** 40 с. **3.** $y \frac{n+1}{n-1}$ раз; у 3 рази; у 1,2 раза. **4.** 71° . **5.** а) 20 м/с, 90 с; б) 20 с, 30 с.

Вправа 4

1. 54 км/год, 36 км/год. **3.** 25 км/год. **4.** 3 м/с. **5.** 7 м/с. **6.** 7,5 м/с.

Вправа 5

1. 2 м/с, 8 м/с. **2.** 90 см. **3.** $y \sqrt{2}$ раз. **4.** $a = 10 \text{ м/с}^2$; $v_4 = 40 \text{ м/с}$; $v_{10} = 100 \text{ м/с}$; $s_4 = 15 \text{ м}$; $s_5 = 45 \text{ м}$; $s_2 + s_3 = 40 \text{ м}$. **5.** $a = \frac{2(n-1)s}{(n+1)t^2} = 0,24 \text{ м/с}^2$. **6.** $(2 + \sqrt{2})t_0$.

7. а) $v_{1x} = 10 + 0,8t$ — прискорений; б) $v_{2x} = 2 - 2t$ — сповільнений, через 1 с прискорений; в) $v_{3x} = -4 + 4t$ — сповільнений, через 1 с прискорений; г) $v_{4x} = -1 - 12t$ — прискорений. **8.** 8 м/с, 0,8 м/с², -1,6 м/с², 15 с, 4 м/с. **9.** 2,6 м/с. **10.** $v_{1x} = 1,25t$; $v_{2x} = 5 + 5t$; $v_{3x} = 20 - 4t$; $x_1 = 0,625t^2$; $x_2 = 5t = 2,5t^2$; $x_3 = 20t - 2t^2$. **11.** —. **12.** 10 с; 40 м; 45 м; 120 м.

Вправа 6

1. 50 с. **2.** зменшується у 2 рази. **3.** 1: 20. **4.** 1 км/с². **5.** а) 1: 2; б) 2: 1).

ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ

1. Б. **2.** А. **3.** Г. **4.** Б. **5.** 3 м/с². **6.** 1,8 м.

Вправа 7

1. 0,02 Н. **2.** $2,1 \cdot 10^4 \text{ Н}$; 0,82 м. **3.** $2 \cdot 10^2 \text{ Н}$. **4.** $m_3 > m_2 > m_1$. **6.** 64 Н.

Вправа 8

1. 3,8 м/с². **2.** 4,4 м/с². **3.** У точці, віддаленій на 6 земних радіусів від центра Місяця.

4. $g = \frac{4}{3} \pi G \rho R = 8,8 \text{ м/с}^2$. **5.** $5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. **6.** $h = 2,16 R$.

Вправа 9

1. 0,45 с; 0,05 с; 24 м/с. **2.** 28 м. **3.** 35 м. **4.** $\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{v_1 + v_2 + \sqrt{v_1^2 + 2gh} - \sqrt{v_2^2 + 2gh}}{g}$.

5. 20 м. **6.** 10, 13 м.

Вправа 10

1. 6 см. **2.** 35 кН. **3.** 0,04. **4.** $\approx 800 \text{ кг}$. **5.** $x = \frac{m}{k\rho_1} (\rho_1 g + \rho_1 a - \rho_2 g)$. **6.** 220 Н; 20 Н.

7. 3,92 м/с². **8.** 15 кН. **9.** 1,5 Н. **10.** 0,2. **11.** 2 м/с², 2,4 Н. **12.** 720 Н; 480 Н; 480 Н; 720 Н. **13.** У 0,0034 раза; 1 год 25 хв.

Вправа 11

1. 490 Н, 294 Н. **2.** На відстані 0,2 м від середини дошки ближче до хлопчика. **3.** 3 кН; 1,6 кН.

ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ

1. Б. **2.** Б. **3.** А. **4.** А. **5.** 2 м/с². **6.** 300 Н/м.

Вправа 12

1. 16 (кг · м)/с; 48 (кг · м)/с. **2.** 2 (кг · м)/с. **3.** 1 м/с в напрямку руху більшого тіла. **4.** на 0,04 м/с. **5.** а) 3 м/с; б) -0,5 м/с.

Вправа 13

1. 1,4 кДж. **2.** 60 м. **3.** 12 кДж; 66 %. **4.** 5085 Дж. **5.** 9,8 Дж.

Вправа 14

1. 47 кДж. **2.** 26 кДж. **3.** 700 кДж. **4.** 0,3 Дж.

Вправа 15

1. $4 \cdot 10^{10}$ Дж. 2. 200 кДж; 1000 кг. 3. -200 кДж. 4. 240 кДж; -30 кДж; 210 кДж. 5. 0,2 м.

Вправа 16

1. 0,714 · с. 2. $1,3 \cdot c$; $0,93 \cdot c$. 3. 0,994 · с. 4. 0,662 · с. 5. $2,6 \cdot 10^8$ м/с. 6. У 7,1 раза.

ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ

1. Б. 2. В. 3. Б. 4. В. 5. 2 м/с. 6. 1,5 м/с.

Вправа 17

1. $5 \cdot 10^{12}$. 2. $1,2 \cdot 10^{20}$. 3. $1,1 \cdot 10^{22}$; $3 \cdot 10^{23}$; $1,9 \cdot 10^{23}$. 4. 0,89; 1,56. 5. $4,66 \cdot 10^{-26}$ кг; $5,3 \cdot 10^{-26}$ кг; $3 \cdot 10^{-26}$ кг. 6. $\frac{N_A}{M}$; $\frac{N_A \rho}{M}$; $\frac{N_A m}{M}$; $\frac{N_A \rho V}{M}$.

Вправа 18

1. 0,11 МПа. 2. 710 м/с. 3. $2,3 \cdot 10^{25}$ м⁻³. 4. 10^{-21} Дж. 5. Збільшиться на 44 %.

Вправа 19

1. 774 К. 2. На 10 %. 3. У 4 рази. 4. На 183 К. 5. 9,8 кПа.

Вправа 20

1. 0,5 кг/м³. 2. 8,2 МПа. 3. 0,058 кг/моль. 4. 4 моль. 5. 9,5 л. 6. $3,2 \cdot 10^{21}$ м⁻³. 7. $1,5 \cdot 10^5$ Па.

Вправа 21

1. 100 кПа. 2. 90 мл. 3. 7 л. 4. 0,92 л. 6. 127 °С. 7. 85 кг. 8. $r = \sqrt[3]{\frac{3(p_0 + \rho g H)V}{4\pi(p_0 + \rho g h)}}$. 9. 12,3 см.

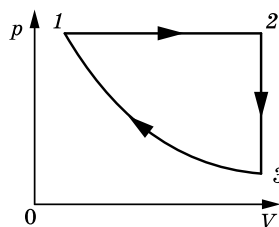
ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ

1. Г. 2. В. 3. А. 4. Г.

Вправа 22

1. 9 МДж. 2. Зменшилась у 3 рази. 3. Збільшилась у 2 рази. 4. $p = \frac{2U}{3V} = 100$ кПа. 5. 200 кДж. 6. 18600 Дж.

8. Див. мал. 145. 9. Оскільки робота в циклі визначається площею фігури, яка зображує цикл у координатах p, V , то з малюнка до умови задачі видно, що в циклі $3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3$ газ виконує більшу роботу.



Мал. 145

Вправа 23

1. 0,6; 0,4. 2. $A = 8,1$ кДж; $\Delta W = 20,2$ кДж; $Q = 28,3$ кДж. 3. 200 Дж. 4. а) $Q = 1,55$ кДж, $A = 0,92$ кДж, $\Delta W = 0,63$ кДж; б) $Q = 1,88$ кДж, $A = 1,25$ кДж, $\Delta W = 0,63$ кДж. 5. 0,5 кг. 6. 6,3 см.

Вправа 24

1. 23 %; 46 кДж; 14 кВт. 2. 30 %; 400 К. 3. 25 %, $1,2 \cdot 10^6$ Дж. 4. 75 %. 6. $n = 2$.

ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ

1. А. 2. Г. 3. Б. 4. В. 5. $4,67 \cdot 10^5$ Дж. 6. Збільшилась на 24 К.

Вправа 25

4. 37 °С. 5. 78,5 кДж. 6. 26 МДж. 7. 2,72 МДж. 8. $c = 500$ Дж/(кг · °С) — сталь.

Вправа 26

2. Насичена. 3. 2,6 мг. 4. При 40 °С — у 4,34 раза більше. 5. 59 %. 6. Збільшиться на 19 %. 7. Не випаде. 8. 75 %.

Вправа 27

1. 1,6 мДж. 2. Зменшиться в 1,2 раза. 3. 0,032 Н/м.

Вправа 28

1. 820 кг/м³. 2. 5,1 мм. 3. 22 мН/м. 4. 0,031 Н/м; 0,29 мм. 5. 0,029 Н/м. 6. 0,07 Н/м. 7. 34 см. 8. а) 1,5 мм; б) 8,8 мм. 9. 3 см. 10. 0,023 м. 11. 0,34 мм.

Вправа 29

1. У дротині більшого діаметра — у 9 разів менший. 2. $-0,002$; 1 МПа. 3. 200 МПа. 4. В 1,67 раза. 5. 50 Н. 6. У 4 рази. 7. Абсолютне видовження зменшилось у 4 рази, а відносне — у 2 рази.

ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ

1. Б. 2. Г. 3. А. 4. —. 5. 10 °С. 6. 33,6 кДж.

Предметний покажчик

- Абсолютно тверде тіло 72
 Адіабатний процес 156
 Анізотропія 189
 Вага тіла 61
 Відносність руху 22
 Відносність одночасності 102
 Відносність інтервалів часу 103
 Відносність довжин 104
 Вологість повітря 178
 Енергія внутрішня 148
 Енергія кінетична 95
 Енергія потенціальна 90, 92
 Ентропія 162
 Закон Авогадро 139
 Закон Бойля — Маріотта 141
 Закон всесвітнього тяжіння 50
 Закон Гей-Люссака 142
 Закон Гука 59, 195
 Закон Дальтона 130
 Закон додавання переміщень 23
 Закон додавання швидкостей (класичний) 23
 Закон додавання швидкостей (релятивістський) 106
 Закон збереження енергії 95
 Закон збереження імпульсу 84
 Закони Ньютона
 ▶ перший 47
 ▶ другий 47
 ▶ третій 48
 Закон термодинаміки (другий) 161
 Закон термодинаміки (перший) 155
 Закон Шарля 143
 Замкнена (ізольована) система 83
 Ідеальний газ 25
 Ізотропність 191
 Імпульс сили 82
 Імпульс тіла 82
 Кількість речовини 121
 Коефіцієнт поверхневого натягу 181
 Кут крайовий (змочування) 184
 Маса тіла 61
 Механічна напруга 194
 Модуль пружності (Юнга) 194
 Молекулярно-кінетична теорія 118
 Молярна маса 121
 Момент сили 73
 Нанотехнології 122
 Насичена пара 171
 Основна задача механіки 13
 Основне рівняння МКТ ідеального газу 129
 Парціальний тиск 130
 Переміщення 15
 Постулати СТВ 101
 Потужність 87
 Принцип відносності Галілея 99
 Прискорення 29
 Прискорення вільного падіння 52
 Прискорення доцентрове 37
 Радіус-вектор 14
 Рівновага теплова 131, 134
 Рівняння Менделєєва — Клапейрона 138
 Рідкі кристали 192
 Робота ідеального газу 150
 Робота механічна 86
 Сила гравітації 51
 Сила поверхневого натягу 182
 Сила пружності 59
 Сила реакції опори 60
 Сили консервативні 62
 Сили тертя (спокою, ковзання) 62
 Сили центральні 51
 Система відліку 14
 Система відліку інерціальна 46
 Система відліку неінерціальна 46
 Спеціальна теорія відносності 100
 Стала Больцмана 135, 136
 Температура абсолютна 136
 Температура критична 175
 Тиск осмотичний 186
 Точка роси 178
 Траєкторія 13
 Умови рівноваги 74, 75
 Універсальна газова стала 138
 Фазові переходи 199
 Центр тяжіння 51
 Цикл Карно 164
 Частота обертова 38
 Шлях 14
 Швидкість лінійна 36
 Швидкість миттєва 27
 Швидкість кутова 38
 Швидкість середня квадратична 126